Global-spektrale Untersuchung von Effekten eines isolierten orographischen Hindernisses

Walter Koschnick

1981

Global-spektrale Untersuchung von Effekten eines isolierten orographischen Hindernisses

D i s s e r t a t i o n

der

F a k u l t ä t f ü r P h y s i k

der

Ludwig-Maximilians-Universität

München

vorgelegt
von

Walter Koschnick
aus Hermannsburg-Oldendorf

München, den 18.03.1981

1. Gutachter: Prof. Dr. F. Schmidt

2. Gutachter: Prof. Dr. J. Egger

Tag der mündlichen Prüfung: 17.07.1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden zu gleicher Zeit zwei Ziele verfolgt:

a) Die Ausbreitung orographisch angeregter Wellen auf der Kugeloberfläche wird untersucht.

b) Die spektrale Fokussierung wird durch parallelen Einsatz von spektralen Modellen mit homogener Auflösung kontrolliert. Dabei liegen Felder mit relativ breiten und zeitlich variablen Spektren zugrunde.

Der Beschreibung der Modellgleichungen und -parameter sowie des spektralen Rechnens mit und ohne Fokussierung folgt in Kapitel 3 die Vorstellung und Erörterung der mit vergleichsweise großskaligem Gebirge und einer gemäß starrer Rotation strukturierten Grundströmung erhaltenen Ergebnisse. Eine Übereinstimmung der nach fünfzehn- bis zwanzigtägiger nicht-linearer Modellierung erhaltenen Felder mit den Resultaten des linearen, stationären Modells von Grose und Hoskins (1979) ist offenkundig. Der überwiegend quasi-lineare Charakter des globalen Geschehens wird durch die zeitliche Entwicklung von Energie- und Enstrophiespektren und durch die Ergebnisse eines eigens für Vergleichszwecke konstruierten linearen, prognostischen Modells (Kapitel 2) bestätigt.

Bei Verwendung relativ kompliziert strukturierter Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden entstehen durch einen linearen Mechanismus meteorologisch unrealistische Störungen (Kapitel 4). Sie sind letztlich den Symmetrieeigenschaften der gewählten spektralen Darstellung zuzuschreiben und durch vertretbar starke Dämpfung der klei-

nen Scales weitgehend zu beseitigen. Die Modellexperimente ergeben dann einen vom Gebirge ausgehenden Wellenzug, der die "kritische Breite", in welcher die Grundströmung verschwindet, nicht zu durchbrechen vermag.

Die durch das Anströmen des großskaligen Gebirges erzeugten globalen Phänomene können durch die mit Fokussierung arbeitenden Modelle nahezu fehlerfrei wiedergegeben werden, wenn die lokale Wellenzahl dieser Phänomene nirgends oberhalb der durch das jeweilige lokale Auflösungsvermögen exakt vorgegebenen, räumlich variablen Grenze liegt. Die aus den "Nesting-Modellen" bekannten optikartigen Fehlererscheinungen treten offenbar im Rahmen der spektralen Fokussierung nicht auf, obwohl es bei relativ schwacher Diffusion und ausreichend intensivem physikalischen Geschehen in den besonders gut aufgelösten Gebieten zu kleinskaligen Lärmentwicklungen kommt. Als Ursache hierfür wird eine blaue Enstrophiekaskade nachgewiesen (Kapitel 3.3), für deren kräftige Ausprägung die Fokussierung nur insofern verantwortlich zu sein scheint, als sie in den betreffenden Regionen für das notwendige Angebot an auflösbaren Scales sorgt.

In der Umgebung relativ kleinskaliger orographischer Hindernisse (Kapitel 5) erfahren die den planetarischen Wellen zuzuordnenden Scales nur eine vergleichsweise schwache Anregung, wie mit Hilfe der Fokussierungsmethode gezeigt werden kann. Diese Modellversuche lassen folglich auch nur unbedeutende Beeinflussungen der vorgegebenen globalen Zirkulation erkennen.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
	Einleitung	1
1	Das nicht-lineare Modell mit und ohne Fokussierung	8
1.1	Die Modellgleichungen ohne Fokussierung	8
1.2	Das spektrale Rechnen mit Hilfe nicht-orthogonaler trigonometrischer Funktionen	10
1.3	Das Rechnen mit spektraler Fokussierung	13
1.4	Grundströmungen und Orographie	21
1.5	Das zeitliche Integrationsschema	26
2	Das lineare Modell	32
3	Ergebnisse bei relativ großskaligem Gebirge und Grundströmung gemäß starrer Rotation	35
3.1	Ergebnisse des nicht-linearen Modells mit homogener Auflösung	35
3.2	Ergebnisse des linearen Modells	60
3.3	Ergebnisse des nicht-linearen Modells mit inhomogener Auflösung	66
4	Ergebnisse bei relativ großskaligem Gebirge und Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden	79

Seite

5	Ergebnisse bei relativ klein-skaligem Gebirge	93
	Schlußbetrachtung	103
Anhang:	Einige Hinweise zur ergebnis-darstellenden Peripherie	105
Anhang 1:	Hinweise zur Konstruktion der Karten	105
Anhang 2:	Hinweise zu den Spektren	107
Anhang 3:	Die Berechnung globaler Mittelwerte	109
	Literaturverzeichnis	112
	Symbolverzeichnis	117
	Danksagung	120
	Lebenslauf	121

Einleitung

Die numerische Modellierung eines relativ kleinskaligen Geschehens erfordert naturgemäß ein vergleichsweise hohes Auflösungsvermögen, das in spektralen Modellen explizit durch den Abhackgrad und in Gittermodellen durch die Gitterpunktdichte gegeben ist. Andererseits sind diesem Auflösungsvermögen durch die damit verbundenen Rechenzeiten und durch die Speicherkapazität der Rechenmaschinen nur zu oft unangenehm enge Grenzen gesetzt.

Eine ganz spezielle Problematik ergibt sich, wenn ein relativ kleinskaliges lokales Phänomen modelliert werden soll, dessen Entwicklung von dem größerskaligen Geschehen in weiter Umgebung abhängig ist. Die richtige Erfassung des kleinskaligen Prozesses erfordert dann oftmals lokal eine Auflösung, die für das gesamte zu betrachtende Modellgebiet aus den oben erwähnten ökonomischen Gründen nicht praktikabel ist. Zur Lösung dieses Problems ist es also notwendig, im Gebiet des kleinskaligen Geschehens mit einem höheren Auflösungsgrad als außerhalb zu arbeiten.

Ein häufig angewandtes Verfahren, das dieser Notwendigkeit Rechnung trägt, ist das sogenannte "Nesting". Hierbei werden in einem Modell zu gleicher Zeit zwei verschieden engmaschige Gitter verwendet. Ein relativ grobmaschiges Gitter umspannt das gesamte Modellgebiet. In dieses Gitter hinein wird auf die genauer zu betrachtende Region ein zweites, engmaschigeres Gitter gesetzt.

Für die Modellierungen in den beiden Gittern sind hierbei zwei verschiedene Kopplungen möglich, für die

Phillips und Shukla (1973) die Bezeichnungen "one-way interaction" und "two-way interaction" geprägt haben. Im ersten Fall konstruiert man lediglich aus den Ergebnissen des unabhängig vom kleinen Gitter laufenden großskaligen Teilmodells Randwerte für das engmaschige Gitter und das hiermit arbeitende Teilmodell (siehe Hill, 1968, sowie Wang und Halpern, 1970). Bei der zweiten Methode gehen auch die im "aufgepflanzten" engmaschigen Gitter erhaltenen Ergebnisse mit in die Berechnungen für das überlagerte grobmaschige Gitter ein (siehe Birchfield, 1960), so daß eine Rückwirkung des subskaligen Geschehens auf die größeren Scales stattfindet.

Die Randwerte, die das großskalige Teilmodell für das engmaschige Gitter liefert, sind jedoch in der Regel so beschaffen, daß es in diesem Gitter bei "Nesting-Modellen" beider Arten zu numerischen Reflexions-, Brechungs- und Interferenzerscheinungen kommt (siehe Kreis und Oliger, 1973). Auch schwerewellenproduzierende Imbalancen können dabei entstehen (siehe Elvius, 1977). Darüberhinaus sorgt in Modellen mit "two-way-interaction" die Änderung der Phasengeschwindigkeit, die eine Welle bei Überschreiten des "Nest-Randes" i.a. erfährt, auch im grob aufgelösten Gebiet für typische Fehlererscheinungen.

Ein ganz anderes Verfahren hat Anthes (1970) vorgeschlagen. Er empfiehlt eine sich zweidimensional kontinuierlich ändernde Maschenweite mit maximaler Gitterpunktdichte in der Mitte des Modellgebietes.

Die von Schmidt (1977) eingeführte Methode der spektralen Fokussierung in globalen Modellen stellt in gewisser Weise ein Analogon zu dem zuletzt erwähnten Verfahren für Gittermodelle dar. Sie besitzt aber naturgemäß alle Vorteile, welche die spektralen Modelle gegenüber den Gittermodellen ha-

ben; insbesondere werden hierbei die von Phillips (1959) untersuchten "aliasing-Fehler" vermieden.

Bei der spektralen Fokussierung fällt, vom Fokussierungszentrum ausgehend, die Auflösung kontinuierlich entlang der durch diesen Punkt verlaufenden Großkreise ab. Der kreissymmetrische, stetige Abfall des Auflösungsvermögens gibt Anlaß zu der Hoffnung, daß hierbei die von den "Nesting-Modellen" her bekannten optikartigen Fehlererscheinungen relativ klein und kontrollierbar gehalten werden können.

Die spektrale Fokussierungsmethode erlaubt, daß jeder beliebige Punkt der Kugeloberfläche als Fokussierungszentrum gewählt werden kann. Es ist ferner möglich, während eines Modellaufes den Fokus auf einen anderen Punkt zu verschieben, um etwa wandernde, kleinskalige Phänomene zu verfolgen. Naturgemäß besitzt diese Methode eine "two-way-interaction", um bei dem Vokabular für "Nesting-Modelle" zu bleiben. Ihr Einsatz empfiehlt sich daher insbesondere zur Untersuchung der Vorhersagbarkeit einzelner Scales, die mit vielen anderen Scales in Wechselwirkung stehen (siehe Lorenz, 1969) und der Parameterisierbarkeit klein- bzw. mesoskaliger Phänomene in großskaligen Modellen.

Ein wesentlicher Teil dieser Arbeit befaßt sich mit der Erprobung dieser Methode. Schmidt (1977) hat bereits die spektrale Fokussierung in einem auf Flachwassergleichungen basierenden Modell bei der prognostischen Verfolgung einer Rossby-Haurwitz-Welle der Wellenzahl 4 erfolgreich zum Einsatz gebracht. Hier soll das Verfahren nun anhand der prognostischen Erfassung von Feldern mit relativ breiten und zeitlich variablen Spektren getestet werden.

Ein ausgeprägter Energiefluß zwischen den einzelnen Scales

ist z.B. dann zu erwarten, wenn in einem globalen Modell mit anfänglich ungestörter zonaler Grundströmung durch ein Gebirge Störungen angeregt werden. Bei diesem Gebirge - und erst recht bei dessen evtl. zu berücksichtigenden Feinstrukturen - handelt es sich i.a. um ein für das globale Modell relativ kleinskaliges Gebilde. Orographische Anregungen großskaligen Geschehens stellten daher bereits mehrfach ein Anwendungsgebiet für Verfahren zur inhomogenen Auflösung (siehe Vergeiner und Ogura, 1972) oder für vergleichbare numerische Techniken (siehe Egger, 1970) dar.

Ein Beleg dafür, daß sich die Orographie sehr bedeutend auf die allgemeine atmosphärische Zirkulation auszuwirken vermag, wurde erstmals durch die Arbeit von Charney und Eliassen (1949) erbracht. Sie kamen mit Hilfe eines eindimensionalen, linearen, äquivalent-barotropen Modells zu dem Ergebnis, daß sich die großskaligen, quasi-stationären Störungen in mittleren Breiten weitgehend auf das Anströmen kontinentaler Erhebungen seitens einer westlichen Grundströmung zurückführen lassen. Dabei verwendeten sie das zonale Höhenprofil der Erdoberfläche in 45° N als Orographiefeld.

Bolin (1950) griff dieses äquivalent-barotrope Modell auf und erweiterte es auf eine zweidimensionale horizontale Abhängigkeit der Störungen. Er betrachtete ein isoliertes, glockenförmiges Gebirgshindernis und untersuchte, welche Strömungsverhältnisse dieses in einer idealisierten Westwindzirkulation der mittleren Breiten entstehen läßt. Vergleiche der Ergebnisse mit klimatologischen Beobachtungsdaten ließen ihn zu dem Schluß kommen, daß die Wellenstrukturen in der Atmosphäre sehr wohl orographische Einflüsse aufweisen, daß es aber auf jeden Fall eines Gebirges von der Größe der Rocky Mountains oder des Himalayas bedarf,

um planetarische Wellen anzuregen.

Long (1952) ließ in Experimenten mit einer homogenen Flüssigkeit in einer rotierenden sphärischen Schüssel zonale Strömungen auf verschiedene gebirgsartige Hindernisse auftreffen. Er stellte dabei u.a. fest, daß, wenn ein genügend großes Gebirge von Westen her angeströmt wird, planetarische Wellen angeregt werden, während dies bei einer Ostströmung nicht der Fall ist. Kasahara (1966) hat dieses unterschiedliche Verhalten bestätigt und theoretisch erklärt. Ferner gelangte Long zu interessanten Ergebnissen über den Einfluß, den die Höhe des Gebirges und die geographische Breite, in der das Gebirgszentrum liegt, auf die Initialisierung von Störungen ausüben.

Andererseits kam Smagorinsky (1953) zu der Erkenntnis, daß in der unteren und mittleren Troposphäre der mittleren und höheren Breiten das großskalige quasi-stationäre Geschehen weitgehend durch thermische Effekte produziert wird.

Um der Dualität zwischen orographischer und thermischer Anregung unter möglichst wirklichkeitsnahen Bedingungen nachzugehen, ließen Manabe und Terpstra (1974) ein globales, neunschichtiges, nicht-lineares Zirkulationsmodell einmal mit realistischer Orographie und einmal ohne jegliche Orographie laufen. Die Ergebnisse des orographiebehafteten Modells stimmten mit der Wirklichkeit i.a. deutlich besser überein als die des orographiefreien Falles. Dies galt jedoch, in Übereinstimmung mit Smagorinsky (1953), in erster Linie für die Stratosphäre und die obere Troposphäre, wo das orographiebehaftete Modell insbesondere Tröge im Lee der großen Gebirge entstehen ließ. Die Achsen dieser Tröge waren von Nordosten nach Südwesten

geneigt. In einer linearen, baroklinen Theorie der stationären Störungen wies Egger (1976) die Existenz verschiedener von der Orographie angeregter stehender Wellen nach. Sie unterscheiden sich voneinander insbesondere durch ihre Phasenlage relativ zur Orographie.

Eine große Anzahl von Versuchen, das vergleichsweise lokale Phänomen der Leezyklogenese zu modellieren, wurde durch die Arbeit von Egger (1972) eingeleitet. Eine Übersicht über diese Experimente findet man bei Tibaldi (1979).

Als Schwerpunkt der hier vorliegenden Arbeit wird mit Hilfe der nichtlinearen Flachwassergleichungen zunächst der Einfluß eines auch homogen gut auflösbaren, isolierten Gebirgshindernisses auf die allgemeine atmosphärische Zirkulation im spektralen Modell untersucht. Dabei werden verschiedene Anfangsfelder und Gebirgspositionen zugrundegelegt. Es werden für dieses relativ große Gebirge Parallelversuche mit homogener Auflösung und mit spektraler Fokussierung durchgeführt, wobei letztere in erster Linie als Test für diese Methode dienen.

Anschließend wenden wir uns mittels der Fokussierungsmethode solchen Gebirgen zu, die mitsamt ihrer eventuellen Auswirkung auf die globale Zirkulation bei einem für uns annehmbaren Abhackgrad nicht mehr mit homogener Auflösung erfaßt werden können.

Zur besseren Analyse der Ergebnisse des nicht-linearen Modells wird auch ein prognostisches, lineares Modell - allerdings nur für homogene Auflösung - konstruiert und eingesetzt.

Die während der Laufzeit unserer Untersuchungen erschienenen Arbeiten von Grose und Hoskins (1979) und von Quiby (1980)

können in mehreren Fällen zum Vergleich herangezogen werden. Auch in diesen Arbeiten wird der Einfluß isolierter, großskaliger Berge auf die allgemeine Zirkulation mit Hilfe der Flachwassergleichungen untersucht. Im Falle von Grose und Hoskins geschieht dies mit einem linearisierten, stationären Spektralmodell, während Quiby ein nicht-lineares Gittermodell verwendet.

1 Das nicht-lineare Modell mit und ohne Fokussierung

1.1 Die Modellgleichungen ohne Fokussierung

Das Modell basiert auf den dämpfungs- (diffusions-) und orographiebehafteten Flachwassergleichungen. Diese lassen sich im sphärischen Koordinatensystem nach Normierung mit dem Erdradius in folgender für die spektrale Bearbeitung günstigen Form (siehe nächstes Unterkapitel) darstellen:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\nabla^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda} U \zeta_a + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} V \zeta_a\right)\right] + \nu_\psi \nabla^2 \psi \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \nabla^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda} V \zeta_a - \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} U \zeta_a\right)\right] - \frac{1}{\cos^2\theta}\frac{U^2+V^2}{2} \qquad (1.2)$$

$$- \Phi + \nu_\chi \nabla^2 \chi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{1}{\cos^2\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda} U(\Phi - \Phi_s) + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} V (\Phi - \Phi_s)\right] \qquad (1.3)$$

mit

$$U := \cos\theta\, u = \frac{\partial \chi}{\partial \lambda} - \cos\theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

$$V := \cos\theta\, v = \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} + \cos\theta \frac{\partial \chi}{\partial \theta}$$

$$\zeta_a := \nabla^2 \psi + 2\omega \sin\theta$$

Bekanntlich gelten für die relative Vorticity und für die Divergenz die Beziehungen $\zeta = \nabla^2 \psi$ und $D = \nabla^2 \chi$. Wendet man also auf (1.1) und (1.2) den Laplace-Operator an, so erhält man sofort die bekannten prognostischen Gleichungen für die Vorticity und die Divergenz. Es zeigt sich dann ebenfalls sofort, daß im Modell die Laplace-Dämpfungen für ψ und χ identisch sind mit solchen für ζ und D.

Vorversuche haben ergeben, daß sich in diesem Modell für die Divergenz eine stärkere Dämpfung als für die Vorticity empfiehlt. Diese Tatsache kann insofern nicht überraschen, als (1.2) im Gegensatz zu (1.1) Schwerewellenanteile enthält (siehe Kapitel 1.5).

Für ν_ψ werden folgende Werte angenommen:

10^{-8} s^{-1} (leichte Dämpfung), 2,5 x 10^{-8} s^{-1} (mittlere Dämpfung) und 5,0 x 10^{-8} s^{-1} (starke Dämpfung)

Für ν_χ wird mit den Werten

4,0 x 10^{-7} s^{-1} (leichte Dämpfung) und 4,0 x 10^{-6} s^{-1} (starke Dämpfung) experimentiert.

Umgerechnet auf ein nicht mit dem Erdradius normiertes System beträgt beispielsweise der ν_ψ-Wert für die leichte Dämpfung rund 4,0 x 10^5 m^2 s^{-1}. Die Stärke der hier verwendeten Dämpfungen ist also von einer für globale Modelle durchaus üblichen Größenordnung (siehe z.B. Quiby, 1980). Eine zusätzliche lineare, wellenzahlunabhängige Dämpfung, wie bei Quiby, oder gar eine biharmonische Dämpfung, wie Grose und Hoskins (1979) sie verwenden, wird nicht benötigt.

1.2 Das spektrale Rechnen mit Hilfe nicht-orthogonaler trigonometrischer Funktionen

In dieser Arbeit baut die spektrale Modellierung auf den sphärischen Funktionen

$$R_{m,n} := \sin^m \theta \cos^n \theta \begin{matrix} \sin n\lambda \\ \cos n\lambda \end{matrix}, \quad m,n = 0,1,\cdots,$$

auf, die von Robert (1965) eingeführt wurden. Mit Hilfe dieser Funktionen kann ein beliebiges sphärisches Feld $A(\theta, \lambda)$ folgendermaßen exakt dargestellt werden:

$$A(\theta, \lambda) = \sum_{n=o}^{\infty} \sum_{m=o}^{\infty} \sin^m \theta \cos^n \theta \, (a_{m,n} \sin n\lambda + b_{m,n} \cos n\lambda), \tag{1.4}$$

$$\text{mit } a_{m,n}, b_{m,n} \in \mathbb{R}$$

Der Raum der Funktionen $\sin^m \theta \cos^n \theta \, (a_{m,n} \sin n\lambda + b_{m,n} \cos n\lambda)$ ist bezüglich der Multiplikation, der Division durch $\cos^2 \theta$ und der Anwendung der Operatoren $\frac{\partial}{\partial \lambda}$, $\cos \theta \frac{\partial}{\partial \theta}$, ∇^2 und ∇^{-2} abgeschlossen.

Dieses sind - neben den trivial zu behandelnden Additionen und Multiplikationen mit Konstanten - genau die Operationen, die in dem Gleichungssystem (1.1) - (1.3) auftreten. Sie lassen sich mit Hilfe von Rechenregeln, die von Robert (1965) und Schmidt (1971) angegeben wurden, ausführen.

Gegenüber den seit der Arbeit von Silberman (1954) für spektrale Modelle üblichen Kugelflächenfunktionen besitzen diese Funktionen den Vorteil, daß sich mit ihnen die Multiplikation

relativ unkompliziert im spektralen Raum durchführen läßt. Man ist also weder gezwungen, auf die bei hohen Freiheitsgraden des Modells viel zu speicherplatzaufwendigen Wechselwirkungskoeffizienten zurückzugreifen (siehe Merilees, 1968), noch muß man mit Hilfe der von Orszag (1970) entwickelten Transformationsmethode bei jedem Zeitschritt zwischen dem spektralen Raum und dem Gitterpunkteraum hin- und herwechseln.

Zwar würde die Anwendung der erwähnten Transformationsmethode (auch bei den von uns verwendeten spektralen Funktionen $R_{m,n}$) einen gewissen Gewinn an Rechenzeit mit sich bringen, doch wurde in Anbetracht der notwendigen numerischen Vorarbeiten und der sich anbahnenden Speicherplatzprobleme von ihr abgesehen und stattdessen die spektrale Multiplikation entsprechend Robert (1965) eingesetzt.

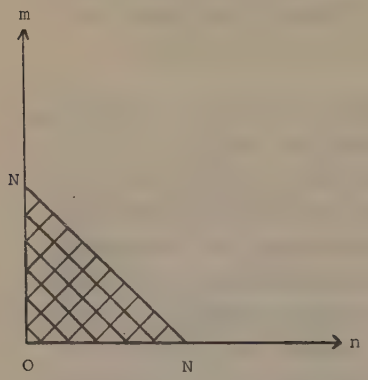
Allerdings besitzen die hier gewählten spektralen Funktionen gegenüber den Kugelflächenfunktionen den Nachteil, daß sie nur in λ, nicht aber in θ orthogonal sind (siehe Platzman, 1960). Hierdurch kann erstens die Berechnung der spektralen Koeffizienten der Anfangsfelder bzw. der Orographie etwas schwieriger werden. Sie ist im allgemeinen Fall mit Hilfe der bekannten "Methode der kleinsten Summe der Fehlerquadrate" vorzunehmen. Wir werden später für eine leicht abgewandelte Aufgabenstellung auf dieses Verfahren zurückkommen.

Einen zweiten Nachteil gegenüber den Kugelflächenfunktionen nehmen wir im Rahmen des notwendigen Abhackens zu endlichen Graden in Kauf. Während sich das orthogonale Abhacken bei Verwendung von Kugelflächenfunktionen als völlig problemlos darstellt, erfordert es hier bezüglich der θ-Komponente nach jedem Zeitschritt einen gewissen zusätzlichen Aufwand. Es geschieht mit Hilfe eines ebenfalls von Robert (1965) und Schmidt (1971) beschriebenen Verfahrens, welches darauf basiert, daß sich der Ausdruck $\sin^m \theta \cos^n \theta$ als Linearkombination von (orthogonalen) zugeordneten Legendre-Funktionen

darstellen läßt. Um gleiche Auflösung in zonaler und meridionaler Richtung zu haben, hacken wir dreieckförmig ab (siehe auch nächstes Unterkapitel), so daß ein Feld A (θ,λ) folgendermaßen approximiert wird:

$$A(\theta,\lambda) \cong F(\theta,\lambda) = \sum_{n=o}^{N} \sum_{m=o}^{N-n} \sin^m\theta \cos^n\theta (a_{m,n} \sin n\lambda + b_{m,n} \cos n\lambda) \qquad (1.5)$$

Wir wählen für sämtliche Versuche - auch für die mit inhomogener Auflösung - den Abhackgrad N = 20.



Skizze 1: Das dreieckförmige Abhacken im (n,m)-Raum.
Der nach dem Abhacken belegte Teil des Spektrums ist schraffiert.

1.3 Das Rechnen mit spektraler Fokussierung

Die Technik der Fokussierung, ihre Transformationsgleichungen und ihr Einbau ins Modell wurden von Schmidt (1977) bereits beschrieben und sollen an dieser Stelle nur kurz mit einigen ergänzenden Bemerkungen erwähnt werden.

Das Koordinatensystem, in welchem bei spektraler Fokussierung gerechnet wird, geht aus dem üblichen zweidimensionalen, sphärischen Koordinatensystem (θ,λ) durch zwei hintereinander auszuführende Abbildungen hervor.

Letzteres wird zunächst einmal so rotiert, daß der Punkt $\theta = \pi/2$ (Nordpol) auf das spätere Fokussierungszentrum abgebildet wird. Die Abbildungsgleichungen für diese Rotation wurden von Schmidt (1977) angegeben; die neuen Koordinaten werden mit $\tilde{\theta}$ und $\tilde{\lambda}$ bezeichnet, die neuen Entwicklungskoeffizienten mit $\tilde{a}_{m,n}$ und $\tilde{b}_{m,n}$. Die Transformation des Gleichungssystems (1.1) - (1.3) ins rotierte System ergibt eine zu den Ausgangsgleichungen völlig analoge Form. Auch die spektrale Darstellung eines sphärischen Feldes im rotierten System erfolgt in völliger Analogie zu (1.5), denn die Rotation ändert den Grad des darzustellenden Feldes nicht. Unter "Grad" ist hierbei der maximale Wert für n+m zu verstehen, der einem der nicht mit 0 belegten Koeffizienten $a_{m,n}$ und $b_{m,n}$, bzw. $\tilde{a}_{m,n}$ und $\tilde{b}_{m,n}$ zugeordnet ist.

Diese graderhaltende Eigenschaft der Rotation erlaubt es, die spektrale Darstellung eines im (θ,λ)-System gemäß (1.5) gegebenen Feldes im $(\tilde{\theta},\tilde{\lambda})$-System mit Hilfe der Lagrangeschen Interpolationsformel (siehe z.B. Bronstein und Semendjajew, 1973, S. 517 f.) ohne Genauigkeitsverlust zu bestimmen, wenn von rein numerischen Rundungsfehlern abgesehen wird. Da hierfür zunächst Stützstellenwerte im $(\tilde{\theta},\tilde{\lambda})$-System mit Hilfe der spektralen Funktionen des (θ,λ)-

Systems berechnet werden müssen, sei auf den Anhang 1 verwiesen, in welchem ein ähnliches Verfahren im Rahmen der Zeichenprogramme erörtert wird.

Anschließend wird die Koordinate $\tilde{\theta}$ durch Stauchung mit dem Zentrum $\tilde{\theta} = \pi/2$ auf θ' abgebildet. Die Transformationsgleichung hierfür lautet

$$\theta' = \arcsin \frac{(1-c^2) + (1+c^2) \sin \tilde{\theta}}{(1+c^2) + (1-c^2) \sin \tilde{\theta}} , \qquad (1.6)$$

wobei c der Stauchungsfaktor ist. Die Längenkoordinate λ' des rotierten und gestauchten Systems ist identisch mit $\tilde{\lambda}$.

Die spektrale Darstellung

$$F'(\theta',\lambda') = \sum_{n=o}^{N} \sum_{m=o}^{N-n} \sin^m\theta' \cos^n\theta' (a'_{m,n} \sin n\lambda' + b'_{m,n} \cos n\lambda') \qquad (1.7)$$

eines sphärischen Feldes mit den Funktionen

$$R'_{m,n} := \sin^m \theta' \cos^n\theta' \begin{matrix} \sin n\lambda' \\ \cos n\lambda' \end{matrix}$$

der neuen Koordinaten beinhaltet bei gleichem Abhackgrad N ein gegenüber (1.5) verändertes, variables Auflösungsvermögen. In (1.5) müßte der Abhackgrad N durch $N \cdot f'^{1/2}(\theta')$ ersetzt werden, um in der Umgebung eines Punktes mit der neuen Koordinate θ' das durch (1.7) gelieferte Auflösungsvermögen zu erreichen. Dieses Auflösungsvermögen ist dabei lokal definiert durch die Anzahl der in der Umgebung des betreffenden Punktes maximal darstellbaren Extrema. Der Abbildungsfaktor $f'^{1/2}(\theta')$ stellt die Determinante der die Stauchung beschreibenden Matrix dar, und es gilt:

$$f'^{1/2}(\theta') = \frac{\partial\theta'}{\partial\theta} = \frac{\cos\theta'}{\cos\tilde{\theta}} = \frac{c^2+1}{2c} + \frac{c^2-1}{2c} \sin\theta'. \qquad (1.8)$$

Bei Ausschluß aller numerischen Rundungsfehler kann jetzt also unmittelbar im Fokussierungszentrum ($\theta'=\pi/2$) noch ein Feld vom Grad N·c lokal exakt dargestellt werden. An der Antipode dieses Punktes ($\theta'=-\pi/2$) ist dies nur noch für Felder bis zum Grad N/c der Fall. Dieser Sachverhalt hat einerseits zur Folge, daß globale Strukturen nur dann überall fehlerfrei aufgelöst werden, wenn der Grad der sie beschreibenden Felder den Wert N/c nicht überschreitet. Andererseits lassen sich jetzt aber in der Nähe des Fokussierungszentrums lokale Strukturen erfassen, deren spektrale Darstellung im homogenen System das Mitführen von Komponenten erfordern würde, deren (n+m)-Wert zwischen N und N·c liegt. Eindimensionale, statische Vorversuche haben diese Theorie vollauf bestätigt.

Mit "Grad" haben wir bisher stets die Größe gemeint, die sich als maximaler (n+m)-Wert einer nicht mit 0 belegten spektralen Komponente aus der Darstellung (1.5) eines Feldes im homogenen System ergibt. Hierfür wollen wir in Zukunft die Bezeichnung "homogener Grad" verwenden. Dementsprechend wird der analoge Wert bei der Darstellung (1.7) dieses Feldes im gestauchten System "inhomogener Grad" genannt.

Wie Schmidt (1977) zeigte, gelten für die spektral darstellbaren Ausdrücke

$$\nabla^2 (A_1),$$

$$G(A_1, A_2) := \frac{1}{\cos^2\theta} \frac{\partial A_1}{\partial \lambda} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda} + \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \frac{\partial A_2}{\partial \theta} \quad \text{und}$$

$$J(A_1, A_2) := \frac{1}{\cos\theta} \left(\frac{\partial A_1}{\partial \lambda} \frac{\partial A_2}{\partial \theta} - \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda}\right)$$

die Beziehungen

$$\nabla^2 (A_1) = \nabla'^2 (A_1') \cdot f' (\theta') \tag{1.9}$$

$$G (A_1, A_2) = G' (A_1', A_2') \cdot f'(\theta') \tag{1.10}$$

$$\text{und } J (A_1, A_2) = J' (A_1', A_2') \cdot f'(\theta') \tag{1.11}$$

mit $A_1 = A_1 (\theta,\lambda)$ und $A_2 = A_2 (\theta,\lambda)$, sowie $A_1' = A_1' (\theta',\lambda')$

und $A_2' = A_2' (\theta',\lambda')$ als transformierten Feldern. Die Definitionen von ∇'^2, G' und J' sind völlig analog zu denjenigen der entsprechenden Operatoren im (θ,λ)-System. $f'(\theta')$ ist, wie aus (1.8) hervorgeht, spektral darstellbar.

Die rechten Seiten der Gleichungen (1.1) - (1.3) lassen sich, sieht man von der für die Transformation problemfreien Anwendung des inversen Laplace-Operators ab, vollständig auf Ausdrücke von der Form $\nabla^2 (A_1)$, $G (A_1, A_2)$ oder $J (A_1, A_2)$ zurückführen. Mit Hilfe von (1.9) - (1.11) erhält man schließlich für den Fall der inhomogenen Auflösung das folgende, der spektralen Verarbeitung zugängliche Gleichungssystem:

$$\frac{\partial \psi'}{\partial t} = -\nabla'^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda'} U'\zeta'_a + \cos\theta' \frac{\partial}{\partial \theta'} V' \zeta'_a\right)\right] + \nu_\psi f'(\theta')\nabla'^2\psi' \tag{1.12}$$

$$\frac{\partial \chi'}{\partial t} = \nabla'^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda'} V' \zeta'_a - \cos\theta' \frac{\partial}{\partial \theta'} U' \zeta'_a\right)\right]$$

$$- f'(\theta')\frac{1}{\cos^2\theta'} \frac{U'^2+V'^2}{2} - \Phi' + \nu_\chi f'(\theta')\nabla'^2 \chi' \tag{1.13}$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = -f'(\theta')\frac{1}{\cos^2\theta'}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda'} U' (\Phi' - \Phi'_s) + \cos\theta' \frac{\partial}{\partial \theta'} V'(\Phi' - \Phi'_s)\right] \tag{1.14}$$

mit

$$U': = \frac{\partial \chi'}{\partial \lambda'} - \cos\theta' \frac{\partial \psi'}{\partial \theta'}$$

$$V': = \frac{\partial \psi'}{\partial \lambda'} + \cos\theta' \frac{\partial \chi'}{\partial \theta'}$$

$$\zeta_a': = f'(\theta') \nabla'^2(\psi') + 2\omega \sin\theta$$

$$= f'(\theta') \nabla'^2(\psi') + 2\omega \frac{(c^2-1) + (c^2+1)\sin\theta'}{(c^2+1) + (c^2-1)\sin\theta'}$$

(Natürlich ist (1.12) - (1.14) bei entsprechender Parameterwahl auch als Gleichungssystem für das (θ,λ)- und das $(\tilde{\theta},\tilde{\lambda})$-System anzusehen.)
Es bleibt noch zu erläutern, wie von einem im rotierten nicht gestauchten System in spektraler Darstellung bekannten Feld

$$\tilde{F}(\tilde{\theta},\tilde{\lambda}) = \sum_{n=o}^{N} \sum_{j=o}^{N-n} \sin^j\tilde{\theta} \cos^n\tilde{\theta} (\tilde{a}_{j,n} \sin n\tilde{\lambda} + \tilde{b}_{j,n} \cos n\tilde{\lambda})$$

die Entwicklungskoeffizienten $a'_{m,n}$ und $b'_{m,n}$ für das gestauchte System ermittelt werden.

Das Verfahren basiert auf der bereits erwähnten "Methode der kleinsten Summe der Fehlerquadrate". Diese besagt, auf unser Problem angewandt, daß die gesuchten Koeffizienten so beschaffen sein müssen, daß der Wert des Integrals

$$\int_o^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{\tilde{F}(\tilde{\theta},\tilde{\lambda}) - \sum_{n=o}^{N} \sum_{m=o}^{N-n} \sin^m\theta' \cos^n\theta' (a'_{m,n} \sin n\lambda' + b'_{m,n} \cos n\lambda')\}^2 w'(\theta') \cos\theta' \, d\theta' d\lambda'$$

minimal wird. $w'(\theta')$ ist eine Gewichtsfunktion und muß, wenn der globale Mittelwert des Integranden betrachtet werden soll, durch $1/f'(\theta')$ ersetzt werden (siehe Anhang). Um aber eine besonders exakte Approximation des zu transformierenden Feldes

in der Umgebung des Fokussierungszentrums zu erreichen, setzen wir hier $w'(\theta') = 1$.

Bekanntlich gilt als notwendige Bedingung für die Minimalisierung dieses Integrals, daß seine sämtlichen Ableitungen nach den einzelnen Entwicklungskoeffizienten verschwinden, also

$$\int_0^{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{\tilde{F}(\tilde{\theta},\tilde{\lambda}) - \sum_{n=0}^{N}\sum_{m=0}^{N-n} \sin^m\theta' \cos^n\theta' \,(a'_{m,n} \sin n\lambda' + b'_{m,n} \cos n\lambda')\}$$

$$2 \sin^k\theta' \cos^l\theta' \begin{matrix}\sin 1\lambda' \\ \cos 1\lambda'\end{matrix} \cos\theta' \, d\theta' \, d\lambda' = 0, \qquad (1.15)$$

für alle $l = 0, 1, \cdots, N$ und alle $k = 0, 1, \cdots, N-l$.

Hierbei liegt für $\sin 1\lambda'$ und $\cos 1\lambda'$ jeweils eine eigene Gleichung vor. Es läßt sich zeigen, daß in unserem Fall (1.15) auch zugleich eine hinreichende Bedingung für die Minimalisierung des betrachteten Integrals ist.

Da bei der Stauchung λ' identisch aus $\tilde{\lambda}$ hervorgeht und da außerdem die verwendeten spektralen Funktionen bezüglich der λ'-Wellenzahl n orthogonal sind, können wir die in λ' (bzw. $\tilde{\lambda}$) variablen Anteile aus (1.15) eliminieren und für jedes n ein eigenes Gleichungssystem mit $l = n$ betrachten. Ferner sind daher die Koeffizienten $a'_{m,n}$ und $b'_{m,n}$ getrennt und völlig analog zu behandeln. Sie werden bis auf weiteres als $c'_{m,n}$ zusammengefaßt (entsprechend: $\tilde{c}_{j,n} := \tilde{a}_{j,n}, \tilde{b}_{j,n}$).

Man erhält somit für jedes n und und für alle
$k = 0,1,\cdots, N-n$:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\tilde{F}_n(\tilde{\theta}) - \sum_{m=o}^{N-n} (c'_{m,n} \sin^m\theta' \cos^n\theta')\right] 2$$

$$\sin^k\theta' \cos^n\theta' \cos\theta' \, d\theta' = 0,$$

$$\text{mit } \tilde{F}_n(\tilde{\theta}) := \sum_{j=o}^{N-n} \tilde{c}_{j,n} \sin^j\tilde{\theta} \cos^n\tilde{\theta} .$$

Hieraus folgt für alle $k = 0,1,\cdots, N-n$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tilde{F}_n(\tilde{\theta}) \sin^k\theta' \cos^{n+1}\theta' \, d\theta'$$

$$= \sum_{m=o}^{N-n} c'_{m,n} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^m\theta' \cos^n\theta' \sin^k\theta' \cos^{n+1}\theta' \, d\theta' .$$

Es ergibt sich somit für jedes n das folgende Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{pmatrix} B_n^0 \\ \vdots \\ B_n^k \\ \vdots \\ B_n^{N-n} \end{pmatrix}}_{\mathbb{m}_1} = \underbrace{\begin{pmatrix} P_n^{0,0} & \cdots & P_n^{0,m} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ P_n^{k,0} & & P_n^{k,m} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots P_n^{N-n,N-n} \end{pmatrix}}_{\mathbb{M}_1} \cdot \begin{pmatrix} c'_{0,n} \\ \vdots \\ c'_{m,n} \\ \vdots \\ c'_{N-n,n} \end{pmatrix}$$

$$\text{mit} \quad B_n^k := \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tilde{F}_n(\tilde{\theta}) \sin^k \theta' \cos^{n+1}\theta' \, d\theta'$$

$$\text{und} \quad P_n^{k,m} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^{k+m}\theta' \cos^{2n+1}\theta' \, d\theta'$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} c'_{0,n} \\ \vdots \\ c'_{m,n} \\ \vdots \\ c'_{N-n,n} \end{pmatrix} = \mathbb{M}_1^{-1} \cdot \mathbb{m}_1 \tag{1.16}$$

$$= \mathbb{M}_1^{-1} \cdot \begin{pmatrix} T_n^{0,0} & \cdots & T_n^{0,j} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ T_n^{k,0} & \cdots & T_n^{k,j} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots T_n^{N-n,N-n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{c}_{0,n} \\ \vdots \\ \tilde{c}_{j,n} \\ \vdots \\ \tilde{c}_{N-n,n} \end{pmatrix}$$

$$\text{mit} \quad T_n^{k,j} := \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^j\tilde{\theta} \cos^n\tilde{\theta} \sin^k\theta' \cos^{n+1}\theta' \, d\theta'.$$

$\tilde{c}_{j,n}$ ist jetzt selbstverständlich zur Berechnung der $a_{m,n}$ durch $\tilde{a}_{j,n}$ und zur Berechnung der $b'_{m,n}$ durch $\tilde{b}_{j,n}$ zu ersetzen.

1.4 Grundströmungen und Orographie

In den einzelnen Versuchserien werden unterschiedliche zonale, divergenz- und schwerewellenfreie Grundströmungen verwendet. Sieht man von den hierfür nicht ins Gewicht fallenden Polen ab, so sind alle diese Grundströmungen überall barotrop stabil, denn der Gradient ihrer absoluten Vorticity verschwindet sonst nirgends (siehe z.B. Holton, 1972, S. 292).

Die Grundströmungen stellen jeweils den Anfangszustand für die am Ende dieses Kapitels ausführlich behandelten, zur Einarbeitung des Gebirges notwendigen Initialisierungsphasen der einzelnen Modelläufe dar. Die sie beschreibenden Felder dienen auch als Grundzustandsfelder für das in Kapitel 2 vorgestellte lineare Modell und werden daher bereits jetzt mit $\overline{\psi}, \overline{\chi}$ und $\overline{\Phi}$ bezeichnet.

Die Grundströmungen werden durch explizite Vorgabe der Entwicklungskoeffizienten des $\overline{\psi}$-Feldes im (θ,λ)-System definiert. $\overline{\chi}(\theta,\lambda)$ wird überall gleich 0 gesetzt.

Um die (bei Orographiefreiheit) angestrebte Schwerewellenfreiheit der Grundströmungen zu erreichen, muß das jeweilige $\overline{\Phi}$-Feld an das vorgegebene $\overline{\psi}$-Feld mittels einer Balance-Gleichung angepaßt werden. Man erhält sie, indem man für $\psi = \overline{\psi}$ (1.2) nach $\Phi = \overline{\Phi}$ auflöst und $\frac{\partial \chi}{\partial t} = \chi = 0$ setzt.

Sie lautet also im zonal homogenen Fall:

$$\overline{\Phi}(\theta,\lambda) = \overline{\Phi}(\theta) = \nabla^{-2} \{\frac{1}{\cos^2\theta} [\cos\theta \frac{\partial}{\partial\theta} (\cos\theta \frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\theta} \overline{\zeta}_a)]\}$$

$$- \frac{1}{\cos^2\theta} \frac{(\cos\theta \frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\theta})^2}{2} \qquad (1.17)$$

(mit $\overline{\zeta}_a := \nabla^2 \overline{\psi} + 2\omega \sin\theta$)

Bei der Multiplikation zweier Felder mit gleichem Grad besitzt das Produkt einen doppelt so hohen Grad wie die einzelnen Faktoren. Wie man aus (1.17) ersehen kann, hat somit bei exakter globaler Balance $\overline{\Phi}$ einen doppelt so hohen Grad wie $\overline{\psi}$. Nach Anwendung von (1.17) kann über den Entwicklungskoeffizienten $b_{o,o}$ des $\overline{\Phi}$-Feldes noch frei verfügt werden. Er wird stets so gewählt, daß, im Rahmen der Grundströmungen, das globale Mittel der Höhe der freien Oberfläche (im metrischen, also nicht mit dem Erdradius normierten System) 9,48 km beträgt.

Im Fall der Grundströmung gemäß starrer Rotation hat das anfängliche ψ-Feld die Form

$\overline{\psi}(\theta,\lambda) = \overline{\psi}(\theta) = -\psi_o \sin\theta$, wobei ψ_o hier so bestimmt wird, daß, (im metrischen System) die zonale Windgeschwindigkeit am Äquator 25 ms^{-1} beträgt. Von dieser Grundströmung kann - wie sich später zeigen wird, zurecht - erwartet werden, daß sie die geringsten Probleme für die Modellierung aufwirft. Ferner eröffnet ihre Verwendung die besten Vergleichsmöglichkeiten zwischen den hier erhaltenen Ergebnissen und denen, die in der neueren Literatur zu finden sind (siehe Grose und Hoskins, 1979, sowie Quiby, 1980).

Die Grundströmung mit starken äpuatorialen Ostwinden geht von einem ψ-Feld der Form

$\overline{\psi}(\theta,\lambda) = \overline{\psi}(\theta) = \psi_o \sin\theta - \psi_o \sin^3\theta$ aus. Die maximalen Westwinde liegen hier mit einer Geschwindigkeit von rund 31,6 ms^{-1} in einer geographischen Breite von $\pm$ 61,8°, während am Äquator Ostwinde in einer Stärke von - 50 ms^{-1} herrschen.

Diese Grundströmung wird u.a. speziell deshalb verwendet, weil sie sich als gradientstarker Grenzfall für die globale Balancierbarkeit besonders gut zur Erprobung der numerischen Verfahren im Rahmen der spektralen Fokussierungsmethode anbietet. Das $\overline{\psi}$-Feld hat nämlich, wie man sieht, den homogenen Grad 3; das damit in globaler Balance stehende Geopotentialfeld hat folglich den homogenen Grad 6. Nach Transformation ins (θ',λ')-System mit dem Stauchungsfaktor $c = 3$ besitzt also das $\overline{\psi}'$-Feld den inhomogenen Grad 9, während das damit in Balance befindliche $\overline{\Phi}'$-Feld vom inhomogenen Grad 18 ist. Der Abhackgrad $N = 20$ sollte jetzt demnach die globale Balance zwischen diesen beiden Feldern gerade noch ermöglichen. Falls jedoch in der Praxis durch zu starke numerische Fehler Imbalancen auftreten, müßte dies auf Grund der sehr starken Gradienten zur Bildung gut identifizierbarer lärmartiger Strukturen führen. Demgegenüber besitzt das optimale $\overline{\Phi}'$-Feld für $c = 4$ den inhomogenen Grad 24, so daß dann bei unserem Abhackgrad eine exakte Darstellung dieses Feldes und damit eine vollständige globale Balance ausgeschlossen ist. Dadurch sind dem orographisch angeregten Geschehen überlagerte Impuls- und Energietransporte zu erwarten, und es kann getestet werden, wie sich das inhomogen auflösende Modell in einem solchen Fall verhält.

Diese Imbalance ist für $c = 4$ auch in der Grundströmung mit schwachen äquatorialen Ostwinden enthalten, welche auf einem $\overline{\psi}$-Feld der Form

$\overline{\psi}(\theta,\lambda) = \overline{\psi}(\theta) = \psi_o/10 \sin\theta - \psi_o \sin^3\theta$ basiert. Die Ostwinde am Äquator haben eine Stärke von $-2{,}85\ ms^{-1}$, die Westwindmaxima liegen mit rund $31{,}3\ ms^{-1}$ bei $\pm 55{,}38°$. Dieser Fall weist von allen drei gewählten Grundströmungsprofilen die größte Übereinstimmung mit tatsächlich existierenden klimatischen Verhältnissen auf und soll im Vergleich mit anderen Aufschluß darüber geben, inwieweit das Strömungsver-

halten auf der orographiefreien Halbkugel von der Stärke der äquatorialen Ostwinde abhängt.

In Abb. 1 ist das meridionale Profil der zonalen Windgeschwindigkeit für alle drei Grundströmungen graphisch dargestellt.

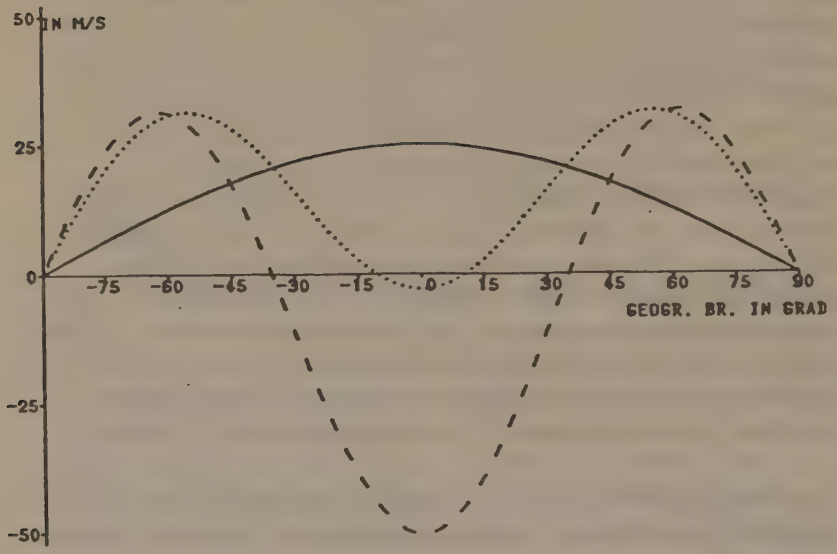


Abb. 1: Windgeschwindigkeitsprofile der zonalen Grundströmungen
Durchgezogene Kurve = Grundstr. gemäß starrer Rotation
Gestrichelte Kurve = Grundstr. mit starken äquat. Ostwinden
Punktierte Kurve = Grundstr. mit schwachen äquat. Ostwinden

Als Orographie wird in dieser Arbeit stets ein einzelnes, isoliertes, rotationssymmetrisches "Gebirge" betrachtet, während sich außerhalb dieses Gebirges die Untergrenze des

Modellmediums einheitlich im Nullniveau befinden soll.

Der Gipfel liegt im Zentrum des Gebirges. Das (θ,λ)-System wird stets so transformiert, daß sich das Gebirgszentrum bei $\tilde{\theta} = \pi/2$ und damit im Fall der spektralen Fokussierung genau im Fokussierungszentrum befindet. (Versuche mit homogener Auflösung werden dementsprechend nicht im (θ,λ)-System, sondern im $(\tilde{\theta},\tilde{\lambda})$-System durchgeführt.)

Auf Grund der Rotationssymmetrie zum Punkt $\tilde{\theta} = \pi/2$ läßt sich das Orographiefeld als rein $\tilde{\theta}$-abhängige Funktion beschreiben, und bei seiner spektralen Darstellung sind dann als einzige Entwicklungskoeffizienten die $\tilde{b}_{m,o}$ von 0 verschieden. Sie können somit durch ein relativ einfaches, auf der "Methode der kleinsten Summe der Fehlerquadrate" basierendes Verfahren bestimmt werden.

Im Fall des relativ großskaligen, homogen auflösbaren Gebirges lautet die Orographiefunktion

$$\tilde{\Phi}_s(\tilde{\theta}) = \begin{cases} \Phi_{so}\cos^2(6\tilde{\theta}) = \Phi_{so}\,{}^1/_2\,[\cos(12\tilde{\theta})+1], & \text{für } {}^5/_{12}\pi \le \tilde{\theta} \le \pi/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Dieses Gebirge hat also einen Durchmesser von $\pi/6 \triangleq 3333$ km. Φ_{so} ist so bemessen, daß die Gipfelhöhe bei 3992 m liegt.

Das relativ kleinskalige Gebirge wird durch die Orographiefunktion

$$\tilde{\Phi}_s(\tilde{\theta}) = \begin{cases} \Phi_{so}\cos^2(18\tilde{\theta}) = \Phi_{so}\,{}^1/_2\,[\cos(36\tilde{\theta})+1], & \text{für } {}^{17}/_{36}\pi \le \tilde{\theta} \le \pi/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

beschrieben. Sein Durchmesser beträgt folglich 1111 km. Die Gipfelhöhe liegt entweder bei rund 1331 m oder wieder bei 3992 m. Diese Orographiefunktion kann bei dem vorgegebenen

Abhackgrad im θ'-System mit dem Stauchungsfaktor c = 3 hinreichend genau spektral aufgelöst werden, was im $\tilde{\theta}$-System (c=1) keineswegs der Fall ist.

Um die Lärmentwicklung möglichst gering zu halten, geht allen Modelläufen eine zehnstündige Initialisierungsphase voraus. Während dieser Zeit wird das Gebirge bei Verwendung des vollständigen Gleichungssystems (1.12)-(1.14) mit dem im folgenden Unterkapitel beschriebenen Zeitschema schrittweise aufgeblasen. Dies geschieht ohne gleichzeitiges starres Anheben der freien Oberfläche über dem Gebirge, so daß die Zunahme des Gebirgsvolumens bei jedem Schritt einen entsprechenden Masseverlust für das (vorläufige) Modellmedium bedeutet.

1.5 Das zeitliche Integrationsschema

Das barotrope Modell der homogenen Atmosphäre mit freier Obergrenze enthält neben Rossby-Wellen i.a. auch externe Schwerewellen, welche bekanntlich auf Grund höherer Phasengeschwindigkeiten eher zur Verursachung numerischer Instabilitäten neigen. Da solche Schwerewellen insbesondere durch Imbalancen in den Anfangsfeldern hervorgerufen werden, müssen wir sie bei Verwendung der Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden (siehe voriges Unterkapitel) und gleichzeitiger starker Fokussierung (c=4) in verstärktem Maße erwarten.

Will man eine die Physik verfälschende, zu starke Dämpfung vermeiden, so muß man den numerischen Instabilitäten entweder durch sehr kleine Zeitschritte oder aber durch implizite Integrationsschemata begegnen. Beide Verfahren sind aber sehr rechenzeitaufwendig, wenn sie stets auf die vollständigen Flachwassergleichungen angewendet werden sollen.

Es empfiehlt sich daher, auf das von Robert (1969) vorgeschlagene "semi-implizite" Verfahren zurückzugreifen.

Dazu werden zunächst einmal die rechten Seiten des Gleichungssystems (1.12) - (1.14) in Rossby-Wellen-Anteile (R') und Schwerewellenanteile (S') aufgespalten:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \underbrace{-\nabla'^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda'} U' \zeta_a' + \cos\theta' \frac{\partial}{\partial\theta'} V' \zeta_a'\right)\right]}_{R'} + \nu_\psi f'(\theta') \nabla'^2 \psi' \qquad (1.12')$$

$$\frac{\partial \chi'}{\partial t} = \underbrace{\nabla'^{-2}\left[\frac{1}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda'} V'\zeta_a' - \cos\theta'\frac{\partial}{\partial\theta'}U'\zeta_a'\right)\right] - f'(\theta')\frac{1}{\cos^2\theta'}\frac{U'^2+V'^2}{2}}_{R'} \qquad (1.13')$$

$$\underbrace{-\Phi'}_{S'} + \nu_\chi f'(\theta') \nabla'^2 \chi'$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = \underbrace{-f'(\theta')\frac{g}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda'} U'h' + \cos\theta'\frac{\partial}{\partial\theta'}V'h'\right)}_{R'} \qquad (1.14')$$

$$\underbrace{-f'(\theta')\frac{Hg}{\cos^2\theta'}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda'} U' + \cos\theta'\frac{\partial}{\partial\theta'} V'\right)}_{S'}$$

mit $H: \frac{1}{4\pi g} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\Phi' - \Phi_s') \frac{1}{f'(\theta')} \cos\theta' \, d\theta' \, d\lambda'$ (siehe Anhang 3)

als globalem Mittelwert für $^1/_g\,(\Phi'-\Phi_s')$, $h'=h'(\theta',\lambda')$ $:= {}^1/_g\,[\Phi'(\theta',\lambda')-\Phi_s'(\theta',\lambda')]-H$ und g als konstantem Betrag der Erdbeschleunigung.

Nach abgeschlossener Initialisierung (siehe Kapitel 1.4) arbeitet das Modell streng masseerhaltend. H bleibt dann also konstant. Dabei ist die Initialisierung bereits so angelegt, daß sich H exakt als durch g dividierte Differenz zwischen den globalen Mittelwerten des $\overline{\Phi}$-Feldes einerseits und des endgültigen Orographiefeldes andererseits ergibt und als solche im voraus berechnet werden kann (siehe Anhang 3). Auch während der Initialisierungsphase kann dieser Wert für H verwendet werden. Seine Abweichung von dem dann streng gültigen Wert kann im Höchstfall etwa 2 $^{0}/_{00}$ ausmachen, und entsprechende Versuche haben gezeigt, daß solch unterschiedliche H-Werte keinen erkennbaren Einfluß auf die Modellergebnisse haben. In diesen Testserien wurde, wie vielfach üblich, H lediglich als globaler Mittelwert für Φ'/g definiert.

Bei Vernachlässigung der später zu behandelnden Dämpfungsterme sind also die Gleichungen (1.12') bis (1.14') vom Typ

$$\frac{\partial F'}{\partial t} = R' + S' , \qquad (1.18)$$

wobei es sich bei den Schwerewellentermen um rein lineare und daher ohne großen Aufwand berechenbare Ausdrücke handelt.

Robert (1969) sieht jetzt für Gleichung (1.18) folgende zeitliche Diskretisierung vor:

$$\frac{F'_{(x+1)\Delta t} - F'_{(x-1)\Delta t}}{2\Delta t} \approx \frac{S'_{(x+1)\Delta t} + S'_{(x-1)\Delta t}}{2} + R'_{x\Delta t}$$

$$(x = 0,1,2,\cdots)$$

Bis zum Zeitpunkt $x\Delta t$ sind alle Felder bekannt. Für das neu zu bestimmende Feld $F'_{(x+1)\Delta t}$ ergibt sich dann also die Beziehung

$$F'_{(x+1)\Delta t} \approx F'_{(x-1)\Delta t} + \Delta t S'_{(x+1)\Delta t} + \Delta t S'_{(x-1)\Delta t} + 2\Delta t R'_{x\Delta t} \cdot$$

Setzt man dieses Schema in die Gleichungen (1.12') bis (1.14') ein, so erhält man eine bei jedem Zeitschritt als erste zu behandelnde, rein explizite Bestimmungsgleichung für $\psi'_{(x+1)\Delta t}$ und ein anschließend iterativ zu lösendes implizites Gleichungssystem für $\chi'_{(x+1)\Delta t}$ und $\Phi'_{(x+1)\Delta t}$, in welchem nur die Schwerewellenterme in jedem Iterationsschritt neu bestimmt werden müssen.

Schwerewellenanteil und Rossby-Wellen-Anteil sollen also jeweils mit demselben Zeitschritt aufintegriert werden. Es hat sich jedoch gezeigt, daß die vergleichsweise hohe Anzahl von Freiheitsgraden unseres Modells sehr kleine Zeitschritte erfordert, um eine Konvergenz des erwähnten Iterationsverfahrens innerhalb des gesamten Spektrums zu ermöglichen. Dies ist in verstärktem Maße bei Einsatz der spektralen Fokussierung der Fall, was durch den dann im Divergenzterm von (1.14') auftretenden Faktor $f'(\theta')$ bewirkt wird.

Um dennoch die Ökonomie des "semi-impliziten" Verfahrens nutzen zu können, werden in diesem Modell die Rossby-Wellen-Terme nur in jedem sechsten Zeitschritt neu bestimmt. Unser Schema lautet:

$$F'_{(x+1)\Delta t} \approx F'_{(x-1)\Delta t} + \Delta t S'_{(x+1)\Delta t} + \Delta t S'_{(x-1)\Delta t} + 2\Delta t R'_{6[x/6]\,\Delta t} \qquad (1.19)$$

Hierbei bezeichnet $[x/6]$ die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich $x/6$ ist.

Eliminiert man einmal in Gedanken in (1.19) die Schwerewellenanteile, so läßt sich leicht zeigen, daß dann die Aufintegration des Rossby-Wellen-Anteils nach dem reinen Euler-(Vorwärts-) Schema mit dem Zeitschritt $6\Delta t$ erfolgt ($F'_{(x+6)\Delta t} \approx F'_{x\Delta t} + 6\Delta t R'_{x\Delta t}$). Dieses ist für reine Advektionsgleichungen i.a. instabil. Das beschriebene Verfahren hat sich jedoch selbst bei starker Fokussierung und nicht ausbalancierten Anfangsfeldern ($c = 4$, äquatoriale Ostwinde) als in seinem Konvergenz- und Stabilitätsverhalten für unser Modell vollauf geeignet erwiesen. Offenbar verhindern also die "Einbettung" der Rossby-Wellen-Anteile in die impliziten Bestimmungsgleichungen für $\chi'_{(x+1)\Delta t}$ und $\Phi'_{(x+1)\Delta t}$ und die ihrerseits alle 6 Zeitschritte erfolgende "Anpassung" dieser Terme an die neuen, durch Schwerewellen mitbestimmten Verhältnisse das Auftreten unangenehm werdender numerischer Instabilitäten. Jedenfalls sind solche Instabilitäten innerhalb unserer Modellaufzeiten auch bei nur leichter Dämpfung nicht erkennbar.

Die bisher ausgeklammerte Dämpfung erfolgt pro Zeitschritt gemäß der "Marchuk-Methode" (siehe z.B. Mesinger und Arakawa, 1976, S. 58 f.) im Nachhinein. Das mit Hilfe des soeben besprochenen Verfahrens erhaltene $F'_{(x+1)\Delta t}$ wird dabei als vorläufige Lösung $F'^{*}_{x\Delta t}$ angesehen. Das endgültige $F'_{(x+1)\Delta t}$ wird hieraus mit dem für die Reibungsgleichung i.a. recht stabilen Evler-Schema (siehe Mesinger und Arakawa, 1976, S. 19 ff.) bestimmt:

$$F'_{(x+1)\Delta t} \approx F'^{*}_{x\Delta t} + \Delta t \nu_F \nabla'^2 F'^{*}_{x\Delta t} \qquad (1.20)$$

Für sämtliche Versuchsserien wird ein Zeitschritt von $\Delta t = 100$ s verwendet. Bei inhomogener Auflösung (c=3) und leichter Dämpfung haben Parallelversuche mit halb so großem Zeitschritt zu keinerlei abweichenden Ergebnissen geführt, so daß der oben angegebene Wert selbst bei diesen relativ kritischen Verhältnissen als für das Stabilitätsverhalten des Modells ausreichend betrachtet werden kann. (Vergleichsläufe mit gängigen rein expliziten Schemata benötigten jedoch bei gleicher Parameterkonstellation wesentlich kleinere Zeitschritte als $6\Delta t = 600$ s, um numerisch stabil zu bleiben).

2 Das lineare Modell

Um eine bessere Analyse der Ergebnisse des im voraufgegangenen Kapitel vorgestellten nicht-linearen Modells zu ermöglichen, wird parallel dazu ein auf linearisierten Flachwassergleichungen basierendes, prognostisches Modell eingesetzt.

Als Grundzustand werden dabei jeweils die in Kapitel 1.4 beschriebenen Felder verwendet. Da sich diese Grundströmungsfelder als nur von θ abhängige Funktionen darstellen lassen, erfordert ihre Multiplikation mit anderen Feldern im (θ,λ)-System einen vergleichsweise geringen Rechenaufwand. Das lineare Modell wird vorwiegend aus diesem Grund ausschließlich für dieses homogen auflösende System konstruiert.

Die einzelnen zu prognostizierenden Felder können jetzt auf folgende Weise in Grundzustandsgrößen (-) und diesem Grundzustand überlagerte Störungskomponenten (^) zerlegt werden.

$$\psi(\theta,\lambda,t) = \overline{\psi}(\theta) + \hat{\psi}(\theta,\lambda,t) \quad , \quad \chi(\theta,\lambda,t) = \hat{\chi}(\theta,\lambda,t),$$

$$\Phi(\theta,\lambda,t) = \overline{\Phi}(\theta) + \hat{\Phi}(\theta,\lambda,t) \quad .$$

Es hat sich jedoch gezeigt, daß wir auch das Orographiefeld in eine wie ein Grundzustandsfeld zu behandelnde Größe $\overline{\Phi}_s(\theta)$ und eine Störungskomponente $\hat{\Phi}_s(\theta,\lambda)$ zerlegen müssen

$$(\overline{\Phi}_s(\theta) := \sum_{m=o}^{N} b_{m,o} \sin^m\theta).$$

Die Stationarität der Grundzustandsfelder kann leicht nachgewiesen werden, indem man in das Gleichungssystem (1.1)-(1.3) unter Beachtung von (1.17) $\psi = \overline{\psi}$, $\Phi = \overline{\Phi}$, $\Phi_s = \overline{\Phi}_s$ und $\chi = 0$ einsetzt.

Lineares und nicht-lineares Modell sollen mit demselben Zeitschema integriert werden. (Auch die Initialisierungen und der Zeitschritt sind gleich.) Wir können daher nun zunächst das Gleichungssystem (1.1) bis (1.3) in der in Kapitel (1.5) besprochenen Weise in Rossby-Wellen-Terme und Schwerewellenterme aufspalten und dann die erwähnten Linearisierungsansätze für ψ, χ, Φ und Φ_s einsetzen. (H und h sind genau so definiert wie im nicht-linearen Modell.) Die weitere Linearisierung erfolgt dann auf übliche Art: Da die Grundzustandsgrößen für sich allein den drei Gleichungen genügen müssen, ihre lokalen zeitlichen Ableitungen jedoch verschwinden, können alle Terme, die sich ausschließlich aus Grundzustandsgrößen zusammensetzen, eliminiert werden. Ferner vernachlässigt man alle Produkte von Störungsgrößen. Dabei werden alle Ableitungen von Grundzustandsgrößen (also auch $\nabla^2\overline{F}$) wieder wie Grundzustandsgrößen behandelt. Analoges gilt für die Störungsgrößen.

Auf eine Vorticity-Dämpfung kann in diesem Modell verzichtet werden.

Man erhält dann schließlich folgendes Gleichungssystem:

$$\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial t} = -\nabla^{-2} \left\{\frac{1}{\cos^2\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (\overline{u}\, \hat{\zeta}_a + \overline{\zeta}_a\, \hat{u}) + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{v}\, \overline{\zeta}_a\right]\right\} \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \hat{\chi}}{\partial t} = \nabla^{-2} \left\{\frac{1}{\cos^2\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \hat{v}\, \overline{\zeta}_a - \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{u}\, \hat{\zeta}_a + \overline{\zeta}_a\, \hat{u})\right]\right\} \tag{2.2}$$

$$- \frac{1}{\cos^2\theta} \overline{u}\, \hat{u} - \hat{\Phi} + \nu_\chi \nabla^2 \hat{\chi}$$

$$\frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial t} = - \frac{gH}{\cos^2\theta} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial \lambda} + \cos\theta \frac{\partial \hat{v}}{\partial \theta}\right) \tag{2.3}$$

$$- \frac{g}{\cos^2\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (\overline{u}\hat{h} + \hat{u}\overline{h}) + \cos\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{v}\overline{h}\right] ,$$

mit $\overline{h} := {}^1/_g\ (\overline{\Phi} - \overline{\Phi}_s) - H$, $\hat{h} := h - \overline{h} = {}^1/_g\ (\hat{\Phi} - \hat{\Phi}_s)$,

$$\overline{u} := -\cos\theta \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \theta} , \quad \hat{u} := \frac{\partial \hat{\chi}}{\partial \lambda} - \cos\theta \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \theta} ,$$

$$\hat{v} := \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \lambda} + \cos\theta \frac{\partial \hat{\chi}}{\partial \theta} ,$$

$\overline{\zeta}_a := \nabla^2 \overline{\psi} + 2\omega \sin\theta$ und $\hat{\zeta}_a := \nabla^2 \hat{\psi}$.

3 Ergebnisse bei relativ großskaligem Gebirge und Grundströmung gemäß starrer Rotation

3.1 Ergebnisse des nicht-linearen Modells mit homogener Auflösung

Versuche mit relativ großskaligem Gebirge und einer Grundströmung gemäß starrer Rotation wurden mit Gebirgszentrum in 30° N und 60° N durchgeführt. Dieses Gebirge besitzt, wie in Kapitel 1.4 beschrieben, einen horizontalen Durchmesser von 3333 km und ist bei dem vorgegebenen Abhackgrad N = 20 auch ohne Fokussierung hinreichend gut auflösbar. Da die Geschehnisse bei einem Gebirgszentrum in 30° N am genauesten untersucht wurden, soll auf diesen Fall auch primär eingegangen werden. Dabei erfolgt zunächst eine reine Beschreibung der mit homogener Auflösung erhaltenen Ergebnisse; die Diskussion dieser Resultate schließt sich im zweiten Teil dieses Unterkapitels bzw. im Rahmen des nachfolgenden Unterkapitels an.

Bereits während der Initialisierungsphase bilden sich deutlich erkennbar ein Keil über dem Gebirge und ein Leetrog aus. Dabei zeigen die Karten für die (relative) Vorticity, daß Kern und Flächenmittelpunkt des zum Keil gehörenden Gebietes mit negativer Vorticity nicht genau über dem Gebirgszentrum, sondern luvseitig davon liegen. Der Vorticity-Gradient ist leeseitig des Gebirgszentrums am stärksten. Das zum Leetrog gehörende Gebiet positiver Vorticity greift nördlich und vor allem südlich des Gebirges in einem weiten Bogen nach Westen aus.

Wie der letzte Absatz bereits vermuten läßt, weist das Vorticity-Feld stets die markantesten Strukturen auf. Wir

wollen daher auch zunächst die weitere zeitliche Entwicklung dieses Feldes verfolgen:

Die mit dem Leetrog und dem Keil über dem Gebirge korrespondierenden Vorticity-Gebilde bleiben als im wesentlichen ortsfeste und stärkemäßig dominierende Phänomene während der gesamten Modellaufzeit erhalten. Bereits ca. 30 h nach abgeschlossener Initialisierung erkennt man aber, wie sich, ausgehend von den bisher beschriebenen Strukturen, eine Störungswelle allmählich stromabwärts ausbreitet. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Welle scheint dabei konstant zu sein und beträgt ca. 40 m s^{-1}. (Zum Vergleich: Die zonale Windgeschwindigkeit der Grundströmung am Äquator beträgt 25 m s^{-1}; sie steht somit zu dieser Ausbreitungsgeschwindigkeit etwa im Verhältnis 5/8.)

Abb. 2 zeigt in Merkator-Projektion das globale Vorticity-Feld für den Fall leichter Dämpfung 5 Tage nach beendeter Initialisierung. "Y" kennzeichnet lokale Minima, während "+" lokale Maxima anzeigt. Auch Sattelpunkte ("X") werden gesondert hervorgehoben. Die Nullinie ist gestrichelt eingezeichnet. Der Äquator ("AE") und der Längengrad des Gebirgszentrums sind durch punktierte Geraden kenntlich gemacht. Der Isolinienabstand beträgt in den globalen Vorticity-Karten stets $5 \times 10^{-6} s^{-1}$.

Wie man aus dieser Abbildung deutlich ersieht, ist die Wellenfront von Nordosten nach Südwesten geneigt. Die einzelnen Wirbel besitzen in der Regel mindestens einen nördlichen und einen stärker ausgeprägten südlichen Kern. Die südlichen Kerne liegen dabei nahezu genau auf dem Großkreis, der im Gebirgszentrum den durch diesen Punkt verlaufenden Breitengrad berührt.

Abb. 3 zeigt das gleiche Feld 5 Tage später. Die komplexe Struktur der einzelnen Störungen vermittelt jetzt den Eindruck, daß zwei voneinander unabhängige Wellenzüge entstanden sind, die sich beide in etwa in der Antipode des Gebirges treffen. Dabei hat die Verbindungslinie der südlichen Zentren der komplexen Vorticity-Gebilde ein etwas anderes Aussehen als in Abb. 2 angenommen. Vom Gebirge ausgehend, ist sie zunächst wesentlich stärker nach Süden ausgerichtet als zuvor. Etwa 90° östlich und 75° südlich des Gebirges nimmt dann jedoch ihre Richtung einen zuerst östlichen und später sogar nordöstlichen Verlauf, so daß die Antipode des Gebirges selbst von der Störungstätigkeit erfaßt ist.

Von diesem Punkt breiten sich die Störungen mit wiederum komplexen Strukturen und nunmehr von Nordwesten nach Südosten geneigten Achsen in allgemein nordöstlicher Richtung aus und erreichen nach etwa 12 Tagen Modellaufzeit den Keil über der Luvseite des Gebirges. Sie sind jetzt praktisch längs einer geschlossenen Linie aufgereiht, die sich um den zuvor beschriebenen Großkreis "herumschlängelt".

Die gesamte Störungswelle besitzt auf dieser Linie die Wellenzahl 6 und verlagert sich etwa ab dem 15. Modelltag leicht nach Westen. Die beiden gebirgsnahen Phänomene dehnen sich dabei etwas westwärts aus, ihre Kerne bleiben jedoch ortsfest. Einige Störungen erfahren mit der Zeit eine gewisse Verstärkung. Dies gilt insbesondere für den der Antipode des Gebirges vorgelagerten Wirbel.

Als maximale Modellaufzeit wurden 20 Tage angesetzt. Das zu diesem Zeitpunkt erhaltene Vorticity-Feld ist in Abb. 4 dargestellt. Wie man sieht, liegen die einzelnen Störungskerne praktisch alle auf der beschriebenen Linie, bzw. sie

sind im Falle von Störungen mit besonders stark ausgeprägter komplexer Struktur in etwa symmetrisch dazu angeordnet. Während also das Vorticity-Feld nach einer ausreichend langen Modellaufzeit eine globale Wellenstruktur aufweist, spielt sich das gesamte Divergenzgeschehen offenbar stets ausschließlich in unmittelbarer Umgebung des Gebirges ab. Wie sich aus Abb. 5 ersehen läßt, existieren ein im wesentlichen luvseitiges Gebiet positiver Divergenz ("+") und eine überwiegend leeseitige Region negativer Divergenz ("-"). (Lokale Extrema und Sattelpunkte wurden in die Divergenzkarten nicht eingezeichnet. Der Isolinienabstand beträgt hier $1{,}5 \times 10^{-6} s^{-1}$.) Die einzige nennenswerte zeitliche Änderung des Divergenzfeldes besteht darin, daß sich beide Gebilde aus anfänglich zonaler Anordnung langsam in antizyklonaler Richtung umeinander drehen.

Die Entwicklung der anhand der Vorticity-Karten studierten Störungswelle spiegelt sich auch im Geopotentialfeld (Geopotential der freien Oberfläche) deutlich wieder. Abb. 6 zeigt dieses Feld nach 20 Tagen Modellaufzeit mit leichter Dämpfung. Auf beiden Halbkugeln haben sich in regional unterschiedlicher Stärke planetarische Wellen ausgebildet. Auffälligste Einzelphänomene sind dabei die Tröge im Lee des Gebirges und westlich der Antipode dieses Gebirges. Die dominierende zonale Wellenzahl liegt in den niederen Breiten bei 5 und nimmt zu den Polen hin ab. Vergleiche mit den Ergebnissen nach 15 Tagen Laufzeit ergeben auch hier i.a. eine leichte Westwärtsverlagerung der Wellen, welche vorher nicht festzustellen war.

Die Verwendung einer stärkeren Dämpfung (siehe Kapitel 1.1) führt zu keinen qualitativ anderen Ergebnissen. In Abb. 7

ist das Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit starker Dämpfung zu sehen. Der Unterschied zu dem in Abb. 3 dargestellten Feld besteht lediglich darin, daß hier alle Strukturen deutlich schwächer ausgeprägt sind.

Es sei jedoch noch kurz auf folgende, hier nicht in Bildern festgehaltene Randerscheinung hingewiesen: Läßt man ν_ψ unverändert, erhöht aber den Wert für ν_χ, so wird die erwartungsgemäß einsetzende Abnahme der Beträge der Divergenzgradienten von einer merklichen Verstärkung der Geopotentialstrukturen am Gebirge begleitet. Das Vorticity-Feld scheint auf diese Veränderungen fast gar nicht zu reagieren.

In einem auf diffusionsfreien, aber orographiebehafteten Flachwassergleichungen basierenden globalen Modell hat die energetische Erhaltungsgröße die Form

$$1/_{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (u^2 + v^2 + \Phi + \Phi_s)\,(\Phi - \Phi_s) \cos\theta \, d\theta \, d\lambda$$

(vergleiche Vergeiner und Ogura, 1972). Diese "totale Energie" (diese Bezeichnung wird verwendet, obwohl die Erhaltungsgröße nicht die Dimension der Energie besitzt) bleibt auch im Falle unseres homogen auflösenden Modells mit leichter Dämpfung nahezu exakt erhalten. Sie wurde in Abständen von 5 Tagen berechnet, dabei ergaben sich Schwankungen mit einer Amplitude von etwa $1\,^0/_{00}$ des Gesamtbetrages. Die globale absolute Enstrophie

$$1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \zeta_a^2 \cos\theta \, d\theta \, d\lambda$$

nimmt kontinuierlich um

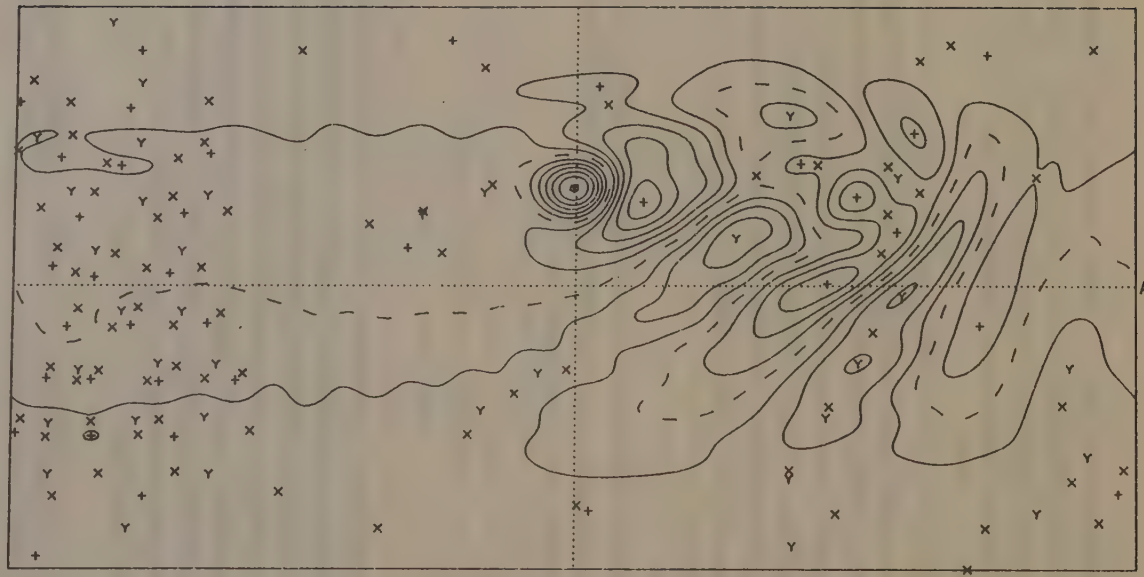


Abb.2: Globales Feld der relativen Vorticity nach 5 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, Grundströmung gemäß starrer Rotation, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 30° N.

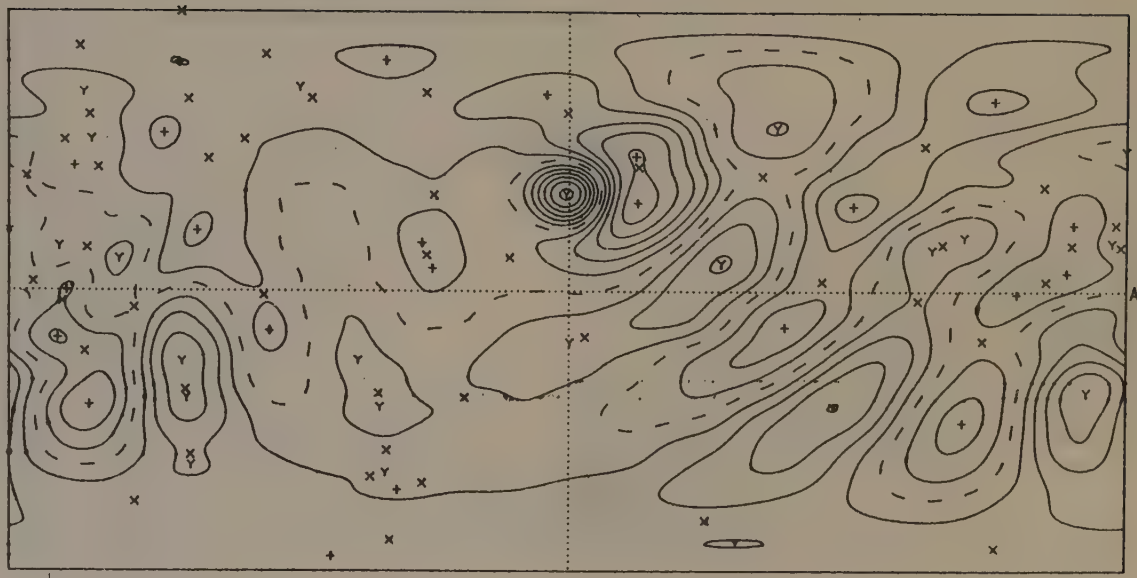


Abb. 3: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit.
(Übrige Parameter wie in Abb. 2)

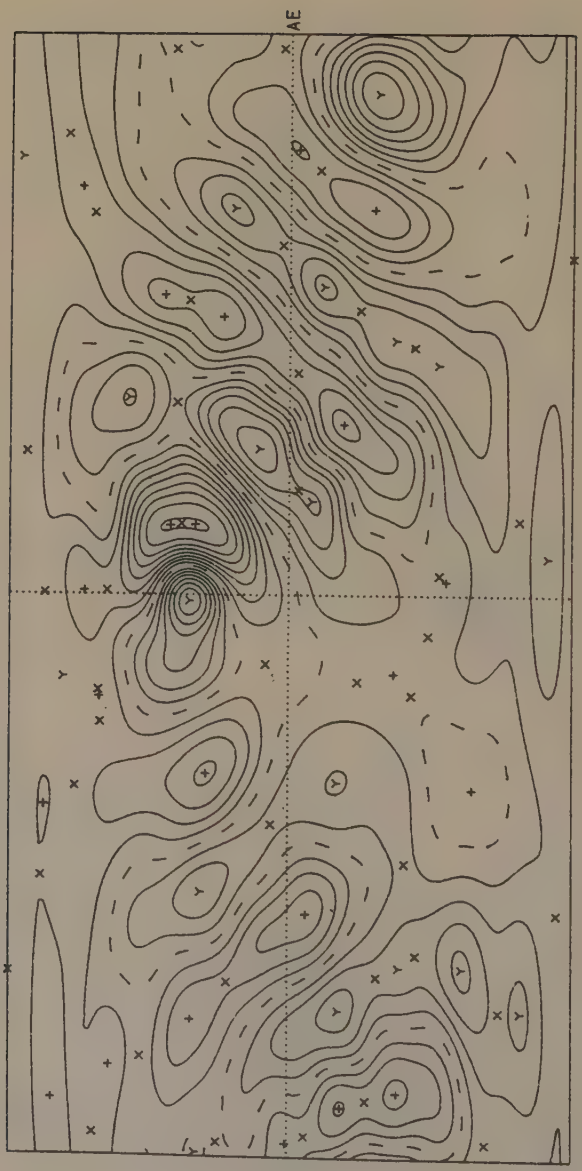


Abb. 4: Globales Vorticity-Feld nach 20 Tagen Laufzeit.
(Übrige Parameter wie in Abb. 2)

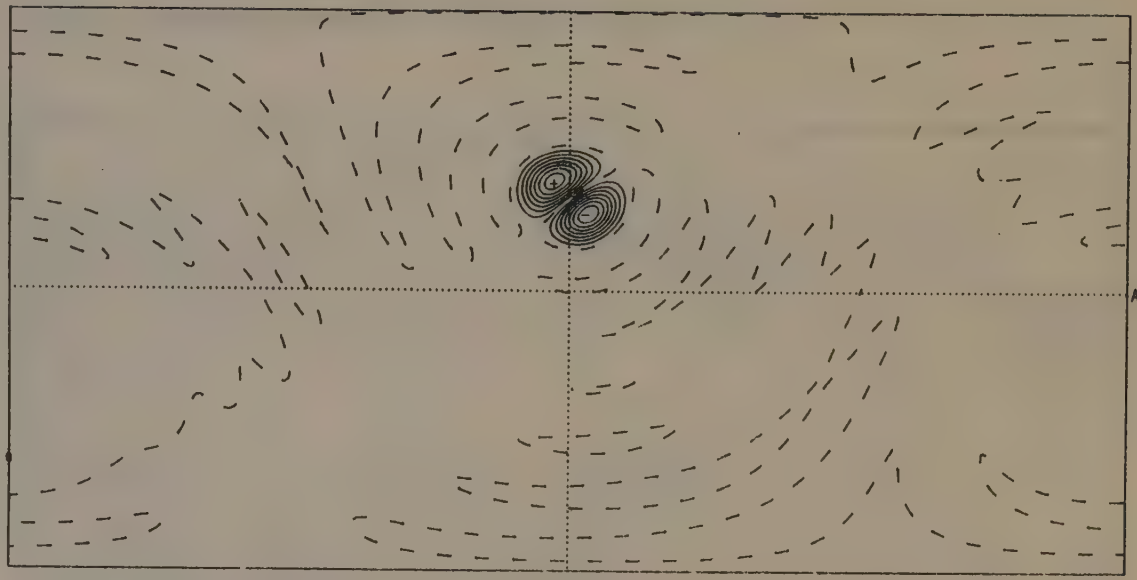


Abb. 5: Globales Divergenzfeld nach 20 Tagen Laufzeit.
(Übrige Parameter wie in Abb. 2)

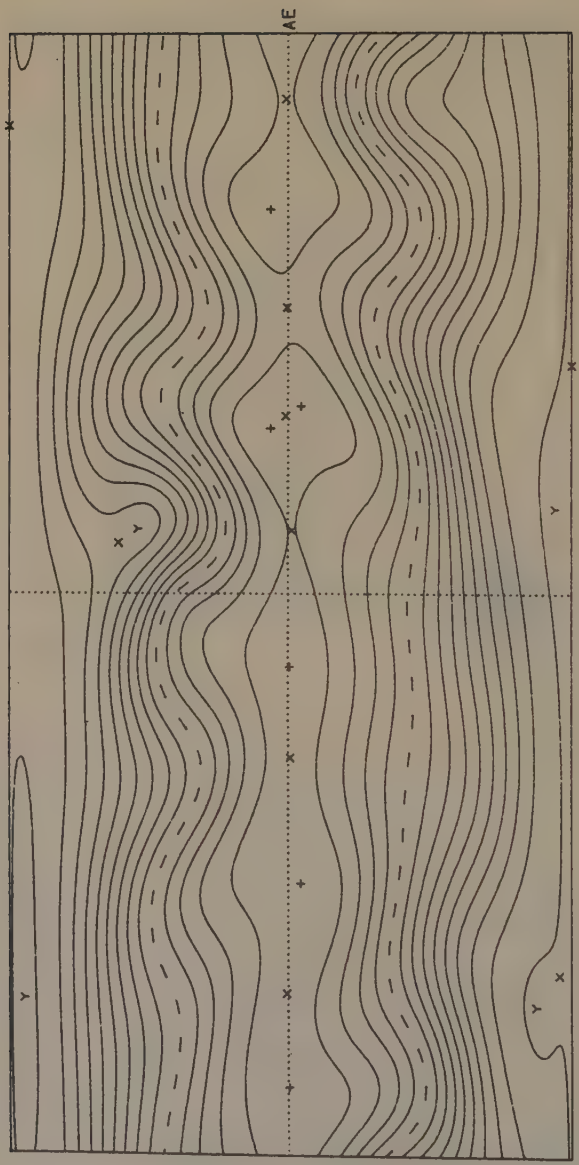


Abb. 6: Globales Geopotentialfeld nach 20 Tagen Laufzeit.
(Übrige Parameter wie in Abb. 2)

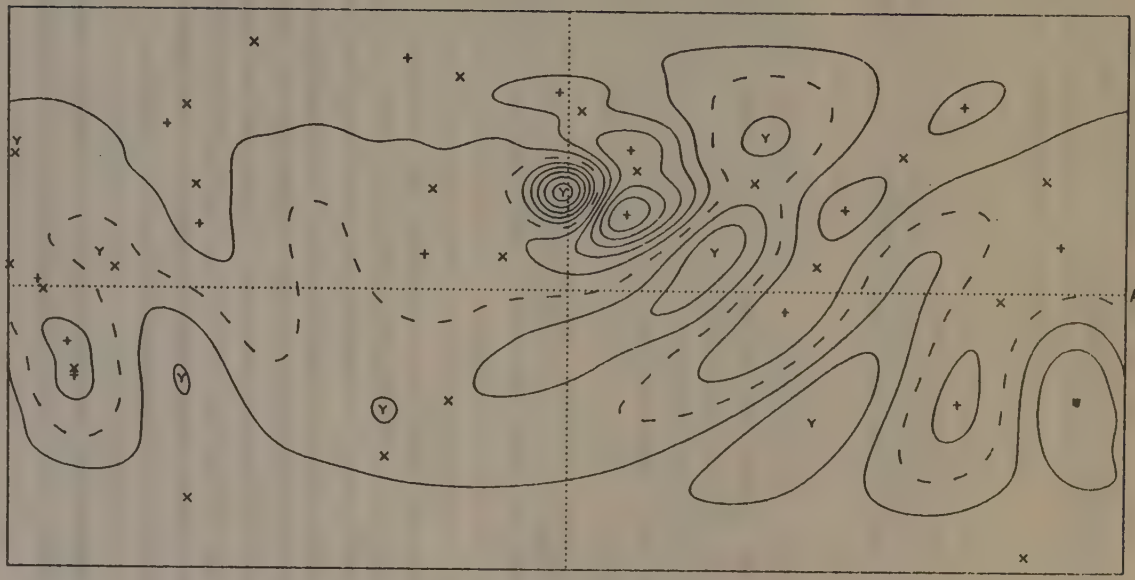


Abb. 7: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit starker Dämpfung.
(Alle übrigen Parameter wie in Abb. 2)

etwa 2,5‰ innerhalb von 20 Tagen Modellaufzeit ab. Bei der globalen kinetischen Energie

$$\frac{1}{4}\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (u^2 + v^2) \cos\theta \, d\theta \, d\lambda$$

(der Vorfaktor $\frac{1}{2}$ wird auch in der Folgezeit für die kinetische Energie unterdrückt) beträgt die Abnahme im gleichen Zeitraum etwa 4 %.

Liegt das Zentrum des Gebirges in einer Breite von 60° N, so ergeben sich einige bemerkenswerte Abweichungen von den Ergebnissen der zuvor besprochenen Versuche. Den im Vorticity-Feld auftretenden Störungen fehlt jetzt weitgehend die vorher so markante komplexe Struktur. Ihre Achsen verlaufen jetzt in wesentlich stärkerem Maße in Ost-West-Richtung.

Ferner vermittelt Abb. 8 (leichte Dämpfung, 10 Tage Laufzeit) den Eindruck einer leichten, unregelmäßigen Störungstätigkeit auf nahezu der gesamten lauseitigen Hälfte der Nordhalbkugel. Dies ist der Fall, obwohl der auf der leeseitigen Hälfte der Abbildung erkennbare Wellenzug zu diesem Zeitpunkt die Antipode des Gebirges offensichtlich noch nicht nennenswert in nordöstlicher Richtung überschritten und somit die betrachtete Region auch noch nicht erreicht hat. Die weitere Entwicklung und die Ergebnisse des linearen Modells (siehe nächstes Unterkapitel) lassen jedoch den Schluß zu, daß es sich hier offenbar um schwache östliche Ausläufer der großen leeseitigen Störungen und um numerische Rundungseffekte ohne physikalische Relevanz handelt.

Auch das Divergenzfeld weist hier eine etwas andere Struktur als in den vorher behandelten Versuchen auf. Der Gradient ist

jetzt in wesentlich stärkerem Maße nach Norden ausgerichtet, sein Betrag fällt bei gleicher Dämpfung nahezu eine Größenordnung kleiner aus.

Die bei dieser Gebirgsposition neu auftretenden Eigenschaften des Vorticity- und des Divergenzfeldes werden auch von im Falle des weiter südlich gelegenen Gebirges nicht beobachtbaren Geopotentialstrukturen begleitet. Abb. 9 (leichte Dämpfung, 15 Tage Laufzeit) veranschaulicht, daß die betreffenden Isolinien das Gebirge im Norden stark antizyklonal und im Süden leicht zyklonal umlaufen. Südöstlich des Gebirges konvergieren diese Isolinien dann wieder und lassen dadurch ein langgezogenes Starkwindband an der Südseite eines kräftigen, nordöstlich des Gebirges gelegenen Tiefdruckgebietes entstehen. Auch in anderen Regionen weisen jetzt die angeregten Wellen teilweise entgegengesetzte Phasenlagen auf einem Meridian auf und führen dadurch zu strahlstromähnlichen Gebilden.

Zur Bewertung der bisher in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse bietet sich zunächst ein Vergleich mit den Resultaten an, die von Grose und Hoskins (1979) und von Quiby (1980) erhalten wurden. In beiden Arbeiten wird u.a. auch der Fall untersucht, daß gemäß starrer Rotation strukturierten Grundfeldern durch orographische Anregung seitens eines rotationssymmetrischen Gebirges mit Zentrum in 30° N Störungen überlagert werden. Das Gebirge ist auch dort jeweils "$\cos^2(\tilde{\theta})$-förmig", jedoch flacher als bei uns.

Abb. 8: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, Grundströmung gemäß starrer Rotation, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 60° N.

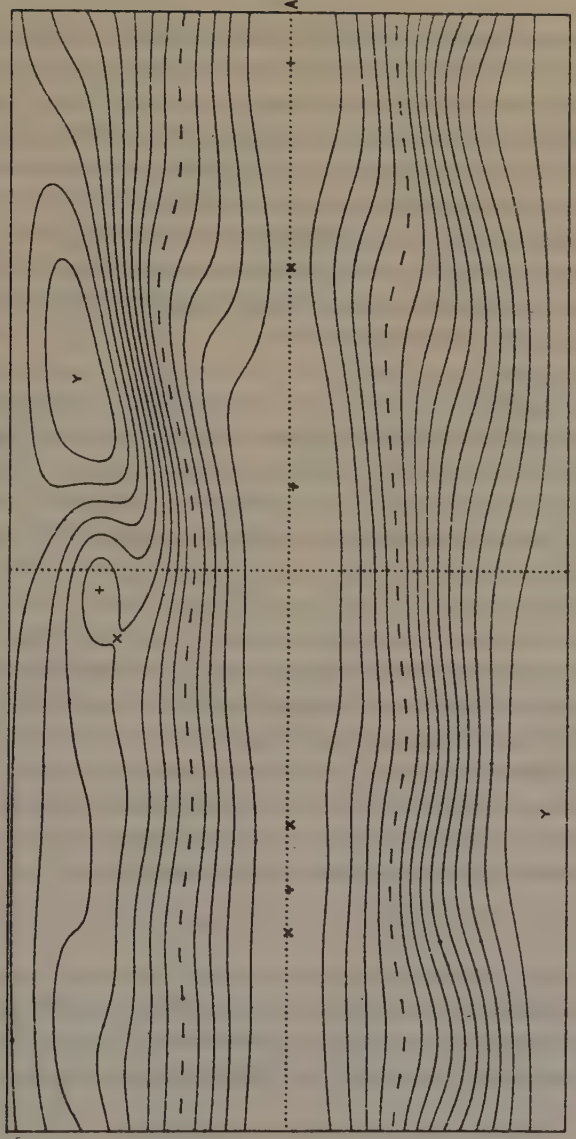


Abb. 9: Globales Geopotentialfeld nach 15 Tagen Laufzeit.
(Übrige Parameter wie in Abb. 8)

Obwohl Grose und Hoskins mit einem stationären, linearen Modell gearbeitet haben, stimmen ihre Ergebnisse auffallend gut mit denen überein, die wir nach etwa 15 bis 20 Tagen Laufzeit erhalten. Auch ihr Modell liefert bei der erwähnten Parameterkonstellation einen geschlossenen Wellenzug, der das Gebirge und dessen Antipode in der gleichen Weise wie bei uns miteinander verbindet. Die Achsenneigungen und die (komplexen) Strukturen der einzelnen Störungen weisen ebenfalls keine erkennbaren Unterschiede zu unseren Ergebnissen auf.

Deutlich ausgeprägt ist bei Grose und Hoskins ferner auch die verhältnismäßig starke Störungstätigkeit in der Nähe der Antipode des Gebirges. Es fällt allerdings auf, daß bei ihnen die Störungswelle in Ausbreitungsrichtung die Wellenzahl 7 besitzt, während wir ja für diese Größe den Wert 6 erhalten.

Vermutlich ist dieser Unterschied ausschließlich in den verschiedenen Windgeschwindigkeiten der Grundströmung begründet. Beispielsweise hat Kasahara (1966) in einer für die β-Ebene entwickelten, linearen, barotropen und quasi-geostrophischen Theorie gezeigt, daß die zonale Wellenzahl der orographisch angeregten, stationären planetarischen Wellen um so größer ist, desto kleiner die von Long (1952) definierte "kinematische Rossbyzahl"

$R_{kin} = \frac{\bar{u}}{a\omega \cos\theta_s}$ (θ_s = geogr. Breite des Gebirges) wird.

$\bar{u}$ wurde dabei als in dem betrachteten Kanal konstant angenommen. Das von Grose und Hoskins verwendete $\bar{u}$ steht aber zu dem von uns gewählten Wert im Verhältnis 3 : 5. R_{kin}

ist also bei ihnen wesentlich kleiner als bei uns. Da die Ausbreitungsrichtung der Störungswelle auch eine zonale Komponente besitzt, läßt sich hieraus der beobachtete Effekt zumindest ansatzweise erklären. Die Wellenzahlbetrachtung von Mc Cartney (1975) führt zu dem gleichen Ergebnis. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß sich die Wellenzahl der Störungswelle in Ausbreitungsrichtung nicht ändert, wenn das Gebirge anstatt bei 30° N bei 60° N liegt. Diese Beobachtung läßt sich mit der auf der "kinematischen Rossbyzahl" aufbauenden Theorie gut in Übereinklang bringen, denn auf Grund der Struktur der Grundströmung ist diese Zahl - geht man immer von dem $\bar{u}$ in der Breite des Gebirgszentrums aus - für jede Gebirgsposition gleich. (Eine genauere Wellenzahlbetrachtung folgt am Ende dieses Unterkapitels.)

Quiby (1980) bricht seinen vergleichbaren Versuch, für den er $\bar{u}(\theta) = 18 \cos \theta \ ms^{-1}$ und eine mittlere Höhe der freien Oberfläche von 7000 m wählte, nach einer Modellaufzeit von 15 Tagen ab. Diese Laufzeit schließt eine viertägige Initialisierungsphase (siehe Kapitel 1.4) mit ein. Seine zu diesem Zeitpunkt erhaltenen Ergebnisse entsprechen mit einer Ausnahme weitgehend denen, die wir nach etwa 10 Tagen Modellaufzeit bekommen haben (siehe auch Betrachtungen zur Gruppengeschwindigkeit im folgenden Unterkapitel). Die erwähnte Ausnahme wird vor allem im Geopotentialfeld sichtbar und besteht aus einer kräftigen Antizyklone nordöstlich des Gebirges, wie sie in dieser Stärke bei uns nie auftritt. Auch Quibys Modell läßt diese auffällige lokale Entwicklung nach 10 Tagen Laufzeit noch nicht erkennen, und es ist an dieser Stelle schwerlich zu entscheiden, welche Abweichungen in den Modellparametern (H, Gebirgsdurchmesser, Gipfelhöhe, Grundströmungsgeschwindigkeit, Dämpfungskoeffizienten) zu die-

sem einzigen nennenswerten Unterschied in den Ergebnissen geführt haben. Quiby vermißt in seinen Resultaten eine Intensivierung der Störungstätigkeit in der Nähe der Antipode des Gebirges. Diese tritt aber auch in unseren Modellergebnissen erst ca. 5-10 Tage nach Erreichen des bei ihm nicht mehr überschrittenen Entwicklungsstandes ein. Das Fehlen dieses Effektes ist dort also ganz offensichtlich in erster Linie auf einen zu frühen Abbruch des Versuches zurückzuführen. Die Extrapolation seines bei Modellabbruch vorhandenen Wellenzuges liefert in Ausbreitungsrichtung wieder in etwa die Wellenzahl 7.

Das Phänomen der sich mit von Nordosten nach Südwesten geneigten Achsen von einer stationären, kreisförmigen Quelle in Richtung auf deren Antipode ausbreitenden Störungen im Vorticity-Feld wurde bereits von Hoskins et.al. (1977) behandelt. Es konnte gezeigt werden, daß diese Erscheinung ihre Ursache in dem äquatorwärts zunehmenden Wert für $\beta = 2\omega \cos\theta$ hat und folglich beispielsweise in den β-Ebene-Modellen (β = const.) nicht auftreten kann (siehe z.B. Kasahara, 1966). Diese Modelle lassen viel mehr eine rein zonal angeordnete Störungswelle entstehen. Nicht geklärt ist jedoch bisher, ob diese Variation des β-Parameters auch eine sich in den gezeigten Abbildungen andeutende transversale Kontraktion der Störungswelle mit zunehmender Polnähe bewirkt und auf diese Weise zu der auffallend starkgradientigen Störung in der Nähe der Antipode des Gebirges führt.

Das in unserem Modell verwendete Gebirge ist von seiner Größe her so beschaffen, daß es gleichzeitig um- und überströmt wird. Wie beispielsweise schon Long (1952) feststellte, gewinnt bei einem solchen Gebirge die Umströmung immer mehr an Bedeutung, desto kleiner die Windgeschwindigkeit der Grundströmung in den betreffenden Breiten ist. In unserem Fall besitzt die Grundströmung in 60° N nur noch den $3^{1/2}$-ten Teil

der Geschwindigkeit, die sie in 30° N innehat. Andererseits zeigte Mc Cartney (1975), daß auch eine Abnahme des β-Wertes zu einer verstärkten Gebirgsumströmung führt. Das Zusammenwirken beider Effekte dürfte entscheidend für die Unterschiede sein, die sich hier bei verschiedenen Gebirgspositionen ergeben haben. Aus den Isolinien des Geopotentialfeldes läßt sich - betrachtet man diese einmal in grober Näherung als Trajektorien - im Falle des Gebirges bei 60° N eine wesentlich entscheidendere Bedeutung der Umströmung als im Falle des Gebirges bei 30° N ableiten.

Der auffallende Unterschied in den Beträgen der Divergenzgradienten deutet in dieselbe Richtung. Stark ausgeprägte Divergenzstrukturen sind nämlich vor allem im Rahmen von Gebirgsüberströmungen zu erwarten, was sich folgendermaßen zeigen läßt: Die in der Gebirgsregion auftretenden Gradienten im Φ-Feld sind, wie man aus den Geopotentialkarten ersieht, etwa eine Größenordnung kleiner als die dort vorkommenden Φ_s-Gradienten. Es ist daher vertretbar, in diesem Gebiet $(\Phi-\Phi_s)$ einmal näherungsweise durch das Feld $(H^*g-\Phi_s)$ zu ersetzen, wobei H* die Höhe einer starren horizontalen Oberfläche des Modellmediums ist und bei Bedarf wertemäßig mit dem in Kapitel 1.5 definierten H gleichgesetzt werden kann. Durch Aufintegration der Kontinuitätsgleichung über die hierdurch vorgegebene vertikale Erstreckung des homogenen Modellmediums gelangt man zu der Beziehung
$\nabla.(H^*g - \Phi_s)\, w = 0$ (siehe Hollmann, 1971).
Hieraus ergibt sich für die Divergenz

$$\nabla^2 \chi = \frac{w \cdot \nabla \Phi_s}{(H^*g - \Phi_s)}$$ (H^*g ist stets größer als Φ_s).

Im Falle reiner Umströmung verschwindet das Skalarprodukt zwischen w und $\nabla \Phi_s$, so daß sich im Rahmen der hier zugrunde gelegten Näherung keinerlei Divergenz einstellt. Demgegen-

über bilden sich bei reiner Überströmung ein Gebiet positiver Divergenz im Luv und eine Region negativer Divergenz auf der Leeseite des Gebirges.

Long (1952) kam ferner anhand seiner Experimente mit einer rotierenden sphärischen Schüssel zu dem Schluß, daß ein bei gleichem Grundstrom und gleicher Gebirgsposition durch Reduktion der Gipfelhöhe zugunsten der Gebirgsüberströmung verändertes Verhältnis von Überströmung zu Umströmung zu einem verstärkten Auftreten planetarischer Wellen führt. Auch in allen von uns durchgeführten Versuchen fallen die planetarischen Wellen um so stärker aus, desto dominierender die Überströmung ist. Allerdings wird in dieser Arbeit der Anteil der Überströmung am gebirgsnahen Geschehen i.a. insbesondere durch Variation des Grundstroms in der Breite des Gebirges verändert, so daß sich aus den zuletzt erwähnten Beobachtungen keine eindeutige Bestätigung der von Long vermuteten Abhängigkeiten ableiten läßt. (Die in Kapitel 5 behandelten Fälle sind in diesem Zusammenhang nicht verwertbar.)

Schließlich soll nun noch auf die Energie- und Enstrophiespektren und deren zeitliche Entwicklung eingegangen werden. Dabei erscheint zunächst ein Blick auf die Theorie über das spektrale Verhalten der Energie und der Enstrophie in einem turbulenten zweidimensionalen, homogenen und divergenzfreien Medium angebracht. Wenn in einem solchen Medium in den kleinsten Scales eine Dissipation stattfindet, verlagert sich die kinetische Energie im Laufe der Zeit zunehmend auf die großen Scales (siehe Fjørtoft, 1953), während die Enstrophie i.a. immer mehr in die kleineren Scales wandert (siehe z.B. Batchelor, 1969). Dabei verhindern jedoch zumeist die bei variablem Coriolisparameter entstehenden Rossby-Wellen, daß sich die rote Energiekaskade bis zur Wellenzahl 0 durchsetzt (siehe z.B. Williams, 1978).

Die Gesamtenstrophie sollte also durch die dissipativen Vorgänge in den kleinen Scales schneller abnehmen als die Gesamtenergie. Hiervon ausgehend, haben Bretherton und Haidvogel (1976) sogar ein an dieser Stelle nicht näher zu erläuterndes Minimalprinzip für die potentielle Enstrophie bei vorgegebener konstanter Gesamtenergie und unter Einbeziehung einer zufälligen Orographie entwickelt.

Da in unseren Ergebnissen die divergente Windkomponente $v_D = \nabla\chi$ nur einen geringen relativen Anteil zu der gesamten kinetischen Energie beiträgt (stets deutlich weniger als 1 %), könnte man in Anbetracht der verwendeten Laplace-Dämpfung erwarten, daß sich hier die Spektren in etwa entsprechend der soeben beschriebenen Theorie verhalten. Wie aber bereits die Abnahmeraten für die globale kinetische Energie einerseits und die globale absolute Enstrophie andererseits andeuten, trifft dies jedoch i.a. nicht zu.

Abb. 10 und Abb. 11 zeigen für den Fall der leichten Dämpfung und des Gebirgszentrums in 30° N die globalen Mittel der zonalen Spektren der kinetischen Energie (sie werden in Zukunft schlechthin als Energiespektren bezeichnet) nach 10 bzw. 20 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung. In Abb. 12 und Abb. 13 sind die korrespondierenden gemittelten Spektren der absoluten Enstrophie zu sehen.

Hinweise zur Konstruktion dieser Spektren befinden sich im Anhang 2. Um Mißinterpretationen vorzubeugen, sei jedoch bereits an dieser Stelle erwähnt, daß es sich hier um diskrete Spektren handelt, diese Funktionen also nur für ganzzahlige Abszissenwerte (Wellenzahlen) definiert sind. Die einzelnen Funktionswerte wurden jedoch zwecks besserer Übersichtlichkeit linear miteinander verbunden, zumal es uns zumeist weniger darauf ankommt, die Funktionswerte für einzelne, ganz bestimmte Wellenzahlen zu betrachten, sondern das Hauptaugenmerk viel mehr auf die Belegung von "Ensemblen" benachbarter

Wellenzahlen gerichtet werden soll.

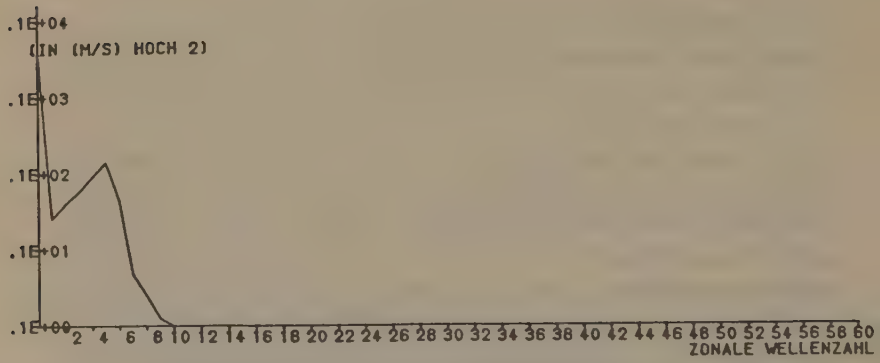


Abb. 10: Globales Mittel der zonalen Energiespektren nach 10 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, Grundströmung gemäß starrer.Rotation, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 30° N.

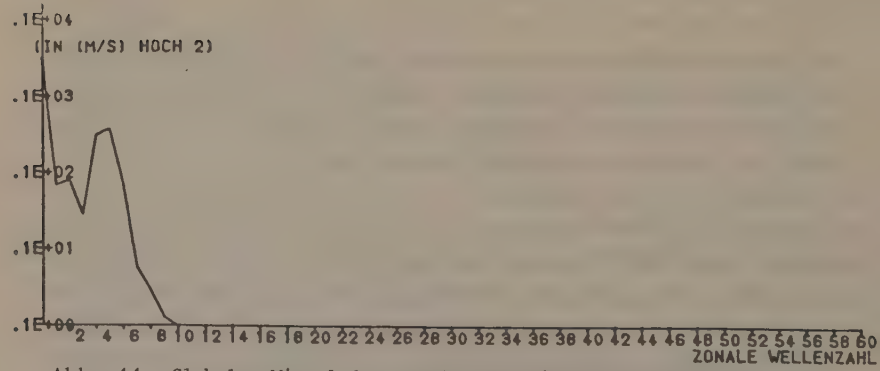


Abb. 11: Globales Mittel der zonalen Energiespektren nach 20 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 10)

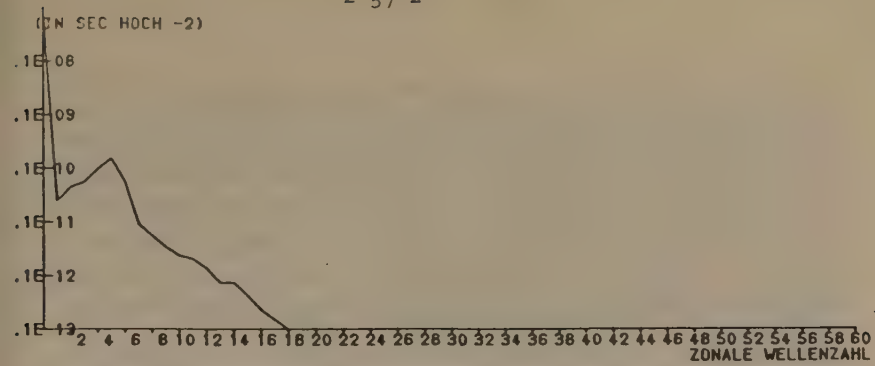


Abb. 12: Globales Mittel der zonalen Spektren der absoluten Enstrophie nach 10 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 10)

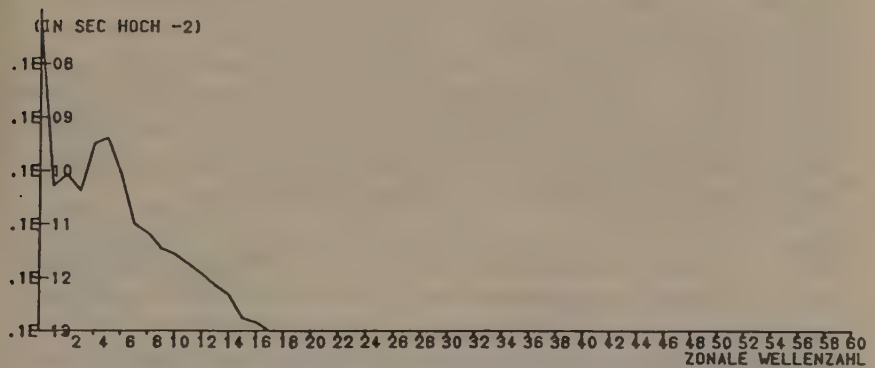


Abb. 13: Globales Mittel der zonalen Spektren der absoluten Enstrophie nach 20 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 10)

Wie aus diesen Abbildungen hervorgeht, entwickeln sich im globalen Mittel Energie- und Enstrophiespektren scheinbar nahezu parallel. Während die kleinen Scales nur von geringen Änderungen betroffen sind, erfahren die großen Scales (etwa die Wellenzahlen 2 bis 6) zugleich eine Zunahme der Energie und der Enstrophie. Im Rahmen unserer Modellaufzeiten geschieht dies im wesentlichen kontinuierlich.

Betrachtet man doch einmal die einzelnen Komponenten innerhalb des beschriebenen großskaligen Ensembles, so fällt auf, daß im globalen Mittel die Wellenzahlen 4 und 5 stets dominieren. Da-

bei steigt vor allem der Energie- bzw. Enstrophiewert für die Wellenzahl 4 gegen Ende des Modellaufs beträchtlich an. Allerdings scheint hierfür auch im Falle der Energiespektren das Ende einer "roten Kaskade" nicht die entscheidende Rolle zu spielen, denn das Anwachsen sowohl der Enstrophie wie auch der Energie der großen Scales erfolgt vor allem auf Kosten der Grundströmung (aus Zahlenausdrucken deutlicher zu erkennen!).

Übrigens zeigen auch die global gemittelten Spektren der relativen Enstrophie eine ähnliche zeitliche Entwicklung, wobei aber der globale Gesamtwert dieser Größe stets beachtlich zunimmt (etwa um 50 % in 5 Tagen). Da diesem Prozeß, wie wir gesehen haben, eine Abnahme der globalen absoluten Enstrophie gegenübersteht, bedeutet dies, daß im Mittel die Zunahme der relativen Enstrophie in immer südlicheren Breiten (siehe Wirbel vor der Antipode des Gebirges!) stattfindet.

Abb. 14 stellt für den zuletzt stets zugrunde gelegten Modelllauf das zonale Energiespektrum in 32° N, also auf einem vom Gebirge durchsetzten Breitenkreis, nach 20 Tagen dar. (Der Breitengrad des Gebirgszentrums konnte aus numerischen Gründen nicht betrachtet werden.) Auch hier ist das Dominieren der Wellenzahlen 4 und 5 deutlich zu sehen.

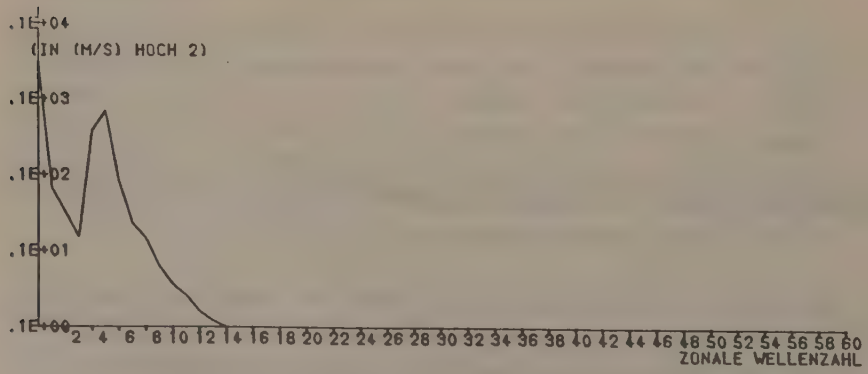


Abb. 14: Zonales Energiespektrum in 32° N nach 20 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 10)

Während die zuvor erwähnten Theorien von Strömungsverhältnissen ausgehen, die durch Wechselwirkungen zwischen allen vorkommenden Scales geprägt sind, liegt hier also ganz offensichtlich ein völlig anderes Geschehen vor. Es wird eindeutig dominiert von einer durch Energie- und Enstrophiezuwachs auf Kosten der Grundströmung erfolgenden, also einen quasi-linearen Prozeß darstellenden Ausbreitung von Rossby-Wellen. Im Vergleich zu diesem quasi-linearen Vorgang fallen scheinbar die nicht-linearen Wechselwirkungen zwischen den Störungen kaum ins Gewicht.

Die in unseren Modelläufen dominierenden Wellenzahlen können für ein Rossby-Wellen-Regime als durchaus vernünftig angesehen werden. Dies läßt sich mit Hilfe einer u.a. von Quiby (1980) angegebenen modifizierten Rossby-Wellen-Formel bestätigen, in welcher eine endliche meridionale Ausdehnung der Wellen Berücksichtigung findet. Über diese Formel erhält man nach Normierung mit dem Erdradius in 30° N für die zonale Wellenzahl n* einer stationären Rossby-Welle auf der β-Ebene die Beziehung

$$n^* = \cos(\pi/6)\ \frac{\beta - \frac{\pi^2 \bar{u}}{4d^2}}{\bar{u}} = \cos(\pi/6)\ \frac{2\omega\cos(\pi/6) - \frac{9\bar{u}}{4}}{\bar{u}} ,$$

wobei d die (mit dem Erdradius normierte) Entfernung zwischen 30° N und dem Nordpol darstellt. Wird jetzt unsere Grundströmung in 30° N als mittlerer zonaler Wind angenommen, so ergibt sich für n* der Wert 3,7. Bei Berücksichtigung des Energieverlustes der Grundströmung fällt dieser Wert entsprechend höher aus.

Abweichend von dem hier festgestellten Verhalten der Spektren werden wir in Kapitel 3.3 mit Modelläufen konfrontiert werden, in denen offenbar ein Abfließen der Enstrophie in die kleinsten Scales eine wichtige Rolle spielt. Als Hilfe zur Erör-

terung der dort auftretenden Phänomene ist, wiederum für den Fall des Gebirgszentrums bei 30° N und der leichten Dämpfung, das zonale Spektrum der relativen Enstrophie in 15° N nach 15 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung in Abb. 15 dargestellt. Es sei bereits jetzt auf die leichten Enstrophieanhäufungen in den Wellenzahlen 16 und insbesondere 19 hingewiesen.

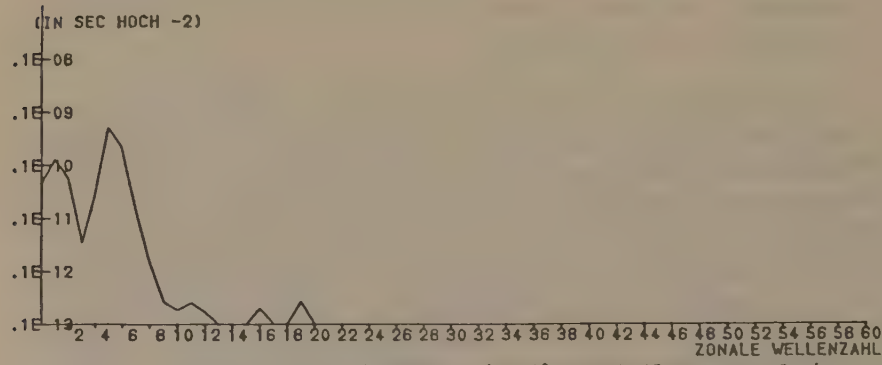


Abb. 15: Zonales Enstrophiespektrum in 15° N nach 15 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 10)

3.2 Ergebnisse des linearen Modells

Auf Grund des Vergleichs der Resultate unseres nicht-linearen Modells mit denen des linearen von Grose und Hoskins (1979) und des Verhaltens der Energie- und Enstrophiespektren kann erwartet werden, daß auch die Ergebnisse unseres prognostischen, linearen Modells denen des nicht-linearen Falles weitgehend ähneln.

Als Beispiele für die Ergebnisse des linearen Modells ist in Abb. 16 und Abb. 17 das globale Feld der Störungsvorticity $\hat{\zeta}$ nach 20 Tagen Laufzeit mit Gebirgszentrum in 30° N bzw. nach 10 Tagen Laufzeit mit Gebirgszentrum in 60° N dargestellt. Da die Amplitude der relativen Vorticity $\overline{\zeta}$ der hier vorliegenden Grundströmung nahezu eine Größenordnung kleiner als die Schwankungsbreite von $\hat{\zeta}$ ist, weisen die jeweiligen Felder der

gesamten relativen Vorticity $\bar{\zeta} + \hat{\zeta}$ nur wenig andere Strukturen als $\hat{\zeta}$ auf. Die Übereinstimmung mit den korrespondierenden Ergebnissen des nicht-linearen Modells (Abb. 4 und Abb. 8) ist unverkennbar. Die jeweils unterschiedliche Stärke der einzelnen Störungen muß in erster Linie dem Fehlen der Vorticity-Dämpfung im linearen Modell zugeschrieben werden. Dieses läßt dadurch im Falle des Gebirgszentrums in 60° N deutlich ausgeprägte östliche Ausläufer der vom Gebirge ausgehenden Störungswelle entstehen. Sie waren nach gleich langer Laufzeit des nicht-linearen Modells nur andeutungsweise vorhanden, verleihen jetzt aber den einzelnen Störungen teilweise wieder eine komplexe Struktur.

Auffallend ist in Abb. 17 aber auch das weitgehend störungsfreie Gebiet im Luv des Gebirges. Überlagert man dem hier dargestellten Feld jedoch die vergleichsweise schwache Vorticity der Grundströmung, so erhält man in dieser Region - abgesehen von kleinskaligen Gebilden - wieder in etwa das aus Abb. 8 bekannte Bild. Die scheinbare Störungstätigkeit auf der gesamten luvseitigen Hälfte der Nordhalbkugel in Abb. 8 ist daher offenbar teilweise nichts anderes, als der durch Abhack-, Rundungs- und Wechselwirkungsprozesse leicht beeinflußte Isolinienverlauf der Vorticity der Grundströmung.

Ferner ist im Falle des linearen Modells stets eine leichte, ortsabhängige Ostwärtsverlagerung der Störungswelle zu beobachten, während diese Welle im nicht-linearen Modell etwa ab dem 15. Tag leicht nach Westen wanderte. Wie dort, so kommt es jedoch auch hier zu keinem "Auseinanderreißen" des Wellenzuges. Das zuletzt beschriebene unterschiedliche Verhalten dürfte darin begründet sein, daß die Grundströmungsgeschwindigkeit im linearen Modell konstant bleibt, im nicht-linearen Modell aber durch Energieübertragung von der Grundströmung auf die Störungen und durch Dissipation beständig zurückgeht. Legt man ausschließlich Rossby-Wellen zugrunde, so läßt sich beispielsweise mit Hilfe der β-Ebene-Approximation

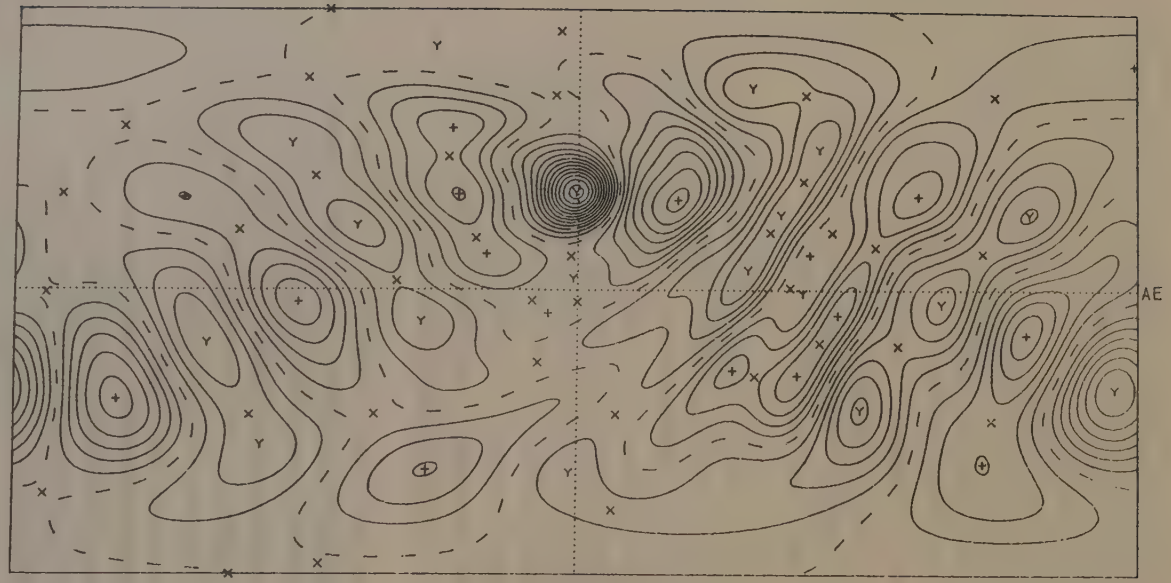


Abb. 16: Globales Feld der Störungsvorticity nach 20 Tagen Laufzeit des linearen Modells mit Grundströmung gemäß starrer Rotation und Gebirgszentrum in 30° N.

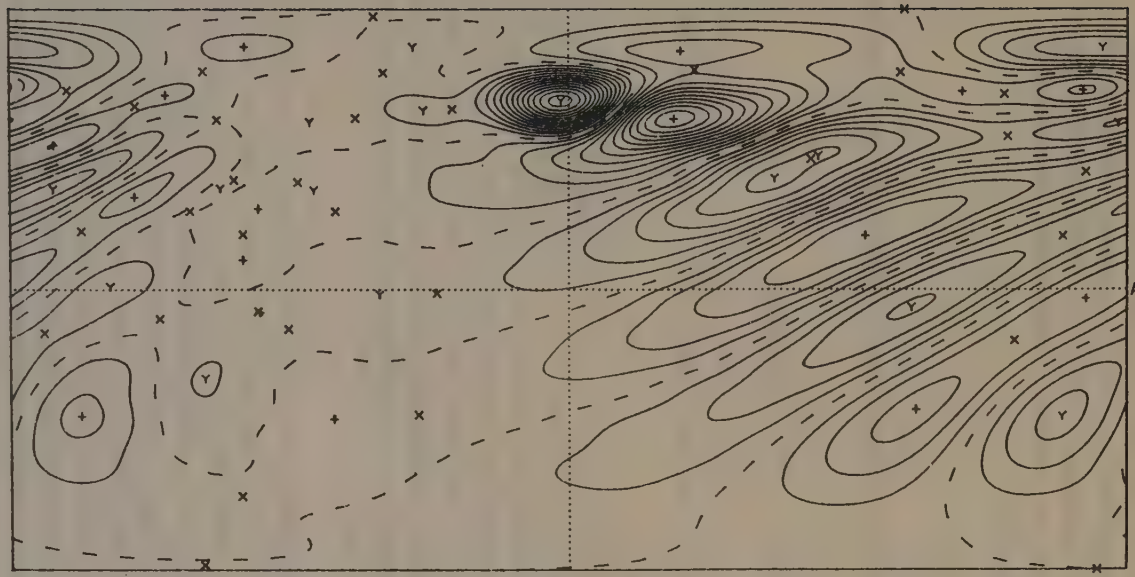


Abb. 17: Globales Feld der Störungsvorticity nach 10 Tagen Laufzeit des linearen Modells mit Grundströmung gemäß starrer Rotation und Gebirgszentrum in 60° N.

leicht nachweisen, daß die hier zu betrachtende (zonale) Gruppengeschwindigkeit c_{gr} der Störungswelle bei konstanter zonaler Wellenlänge L mit $\bar{u}$ anwächst. Diese Geschwindigkeit ist mit der (zonalen) Phasengeschwindigkeit c_{ph} über die Beziehung

$$c_{gr} = c_{ph} - L \frac{\partial c_{ph}}{\partial L} \qquad (3.1)$$

verknüpft, und für c_{ph} gilt dann bekanntlich bei linearem Ansatz

$$c_{ph} = (\bar{u} - \beta L^2/4\pi^2) \frac{\bar{\Phi}_A}{\bar{\Phi}_A + \frac{\omega^2 \sin^2\theta L^2}{\pi^2}} \quad , \qquad (3.2)$$

wobei $\bar{\Phi}_A$ den globalen Mittelwert des Grundzustandsfeldes $\bar{\Phi}$ darstellt.

Allerdings vergrößert sich, wie im letzten Unterkapitel bereits erwähnt, mit zunehmendem $\bar{u}$ auch die Wellenlänge der orographisch angeregten Störungswelle. Diese für nicht-stationäre Fälle bisher nicht formelmäßig erfaßte Abhängigkeit wirkt ihrerseits, wie sich aus (3.1) und (3.2) ableiten läßt, einer Zunahme der Gruppengeschwindigkeit entgegen, reicht jedoch offensichtlich zur Kompensation des vorher beschriebenen Effektes nicht aus.

Die markanteste Abweichung von den Ergebnissen des nicht-linearen Modells tritt in den jetzt zeitlich praktisch völlig konstanten Divergenzfeldern auf. In Abb. 18 ist ein solches Feld nach zwanzigtägiger linearer Modellierung mit einem in 30° N zentrierten Gebirge zu sehen. Das Gebiet positiver Divergenz und die Region negativer Divergenz sind jetzt bezüglich der Nord-Süd-Achse des Gebirges völlig symmetrisch zueinander angeordnet. Die antizyklonale Drehung dieser beiden Gebilde um einen gemeinsamen "Schwerpunkt" hat hier nicht stattgefunden. Bei diesem zuvor beobachteten Vorgang handelt es sich also ein-

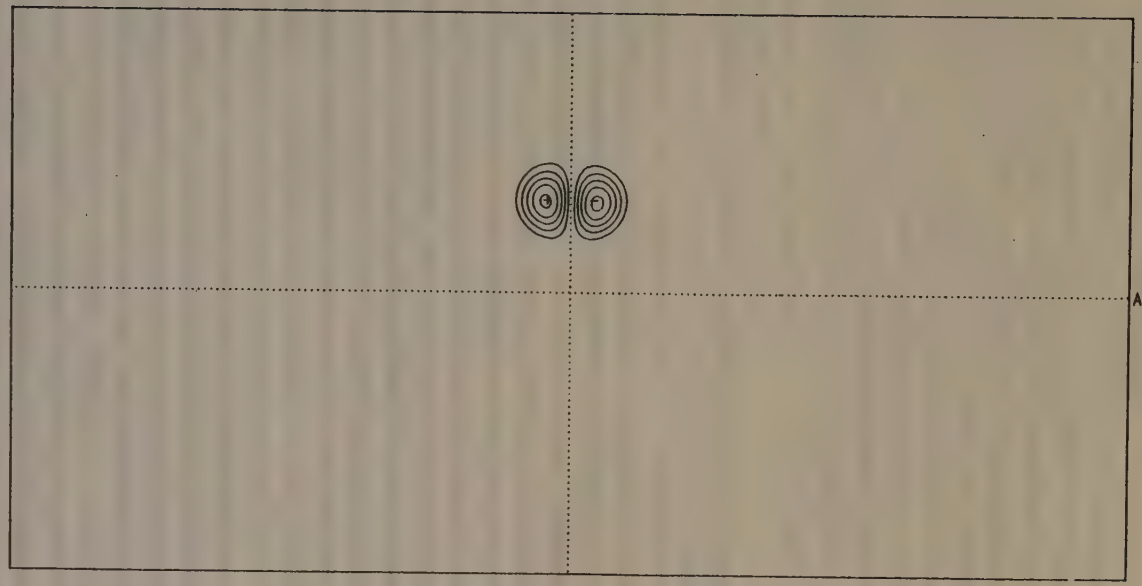


Abb. 18: Globales Divergenzfeld nach 20 Tagen Laufzeit des linearen Modells mit Grundströmung gemäß starrer Rotation und Gebirgszentrum in 30° N.

deutig um eine Folge von Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Störungen. (Es sind dies im wesentlichen die beiden gebirgsnahen Wirbel und die Divergenzgebilde selbst.) Er ähnelt einem Phänomen, das in einem baroklinen und mit konstantem Coriolisparameter arbeitenden ozeanographischen Modell von Huppert und Bryan (1976) auftrat. Dort versuchten die Wechselwirkungen zwischen dem antizyklonalen Wirbel über dem Gebirge und dem zyklonalen Leewirbel (bzw. den korrespondierenden Temperaturanomalien), eine antizyklonale Rotation der Vorticity- bzw. Temperaturgebilde umeinander zu bewirken.

3.3 Ergebnisse des nicht-linearen Modells mit inhomogener Auflösung

Wie in der Einleitung bereits erwähnt, sind bei Verwendung dieses relativ großskaligen Gebirges die Modelläufe mit inhomogener Auflösung, welche parallel zu den bisher besprochenen Versuchen durchgeführt wurden, in erster Linie als Test für die spektrale Fokussierungsmethode gedacht. Ein physikalisches Geschehen, das bei dem vorgegebenen Abhackgrad nur noch mit Hilfe der spektralen Fokussierung erfaßbar ist (siehe Kapitel 5) und folglich bei ihrer Verwendung neu in Erscheinung treten müßte, kann hier kaum erwartet werden. In Abb. 19 und Abb. 20 sind nun zunächst die globalen Vorticity-Felder nach zehntägiger Modellierung mit Gebirgszentrum in 30° N, starker Dämpfung und dem Stauchungsfaktor $c = 3$ bzw. $c = 4$ dargestellt. Sie entsprechen also dem in Abb. 7 gezeigten Ergebnis des homogen auflösenden Modells. Abgesehen von ganz leichten, unregelmäßigen Phasenverschiebungen der Störungswelle ist das bei $c = 3$ erhaltene Feld fernab vom Gebirge - und damit auch vom Fokussierungszentrum - identisch mit dem in Abb. 7 zu sehenden Resultat. Auch in Gebirgsnähe stimmen die Isolinienverläufe im wesentlichen überein; allerdings erkennt man hier in Abb. 19 bereits schwach

ausgeprägte, kleinskalige Störungen. Sie äußern sich als leichtes "Zittern" der Isolinien.

Bei Verwendung des Stauchungsfaktors c = 4 (Abb. 20) sind die kleinskaligen Störungen in Gebirgsnähe noch etwas stärker ausgeprägt; die entscheidenden Strukturen werden dort jedoch immer noch ausreichend richtig modelliert. In Abb. 20 ist ferner die Störungswelle - außer in der leeseitigen Umgebung des Gebirges - im Vergleich zu den Resultaten des Referenzlaufes etwas nach Osten phasenverschoben. Die Westwärtsverlagerung der gesamten Störungswelle ist jedoch, unabhängig vom Stauchungsfaktor, in allen Läufen mit starker Dämpfung nahezu die gleiche.

Der Grund für die zuletzt beschriebenen Unterschiede in den Phasenlagen ist offensichtlich: Die Störungswelle besitzt in ihrer in erster Näherung großkreisförmigen Ausbreitungsrichtung die Wellenzahl 6. Andererseits liegt in dem mit c = 4 gestauchten System in der Antipode des Gebirges das maximale Auflösungsvermögen entlang dieses Großkreises bei einer Wellenzahl von 5. Die vom Gebirge angeregten Strukturen können daher bei diesem Stauchungsfaktor nicht mehr überall exakt erfaßt werden. Die sich ausbreitende Störungswelle wird schließlich mit Annäherung an den Antipodenpunkt zunehmend verzerrt und kann folglich auch nach dessen Überquerung nicht mehr vollständig die von der Physik geforderte Gestalt annehmen.

Im Falle c = 3 ist in der Antipode des Gebirges die bei Ausschluß aller numerischen Ungenauigkeiten gerade noch auflösbare Wellenzahl etwas größer als 6, und tatsächlich werden die globalen Phänomene soeben noch fehlerfrei modelliert.

Auch Abb. 21 zeigt das Vorticity-Feld nach 10 Tagen Modelllaufzeit mit c = 3 und unveränderter Gebirgsposition, jedoch liegt jetzt die leichte Dämpfung zugrunde. Während dieses

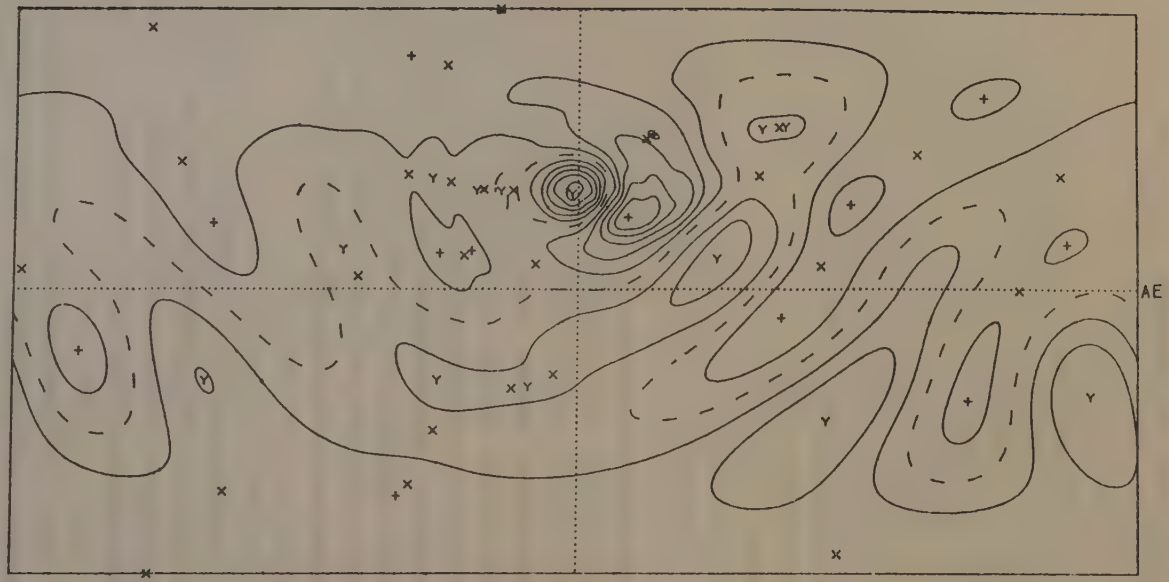


Abb. 19: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation, starker Dämpfung und Gebirgszentrum in 30° N

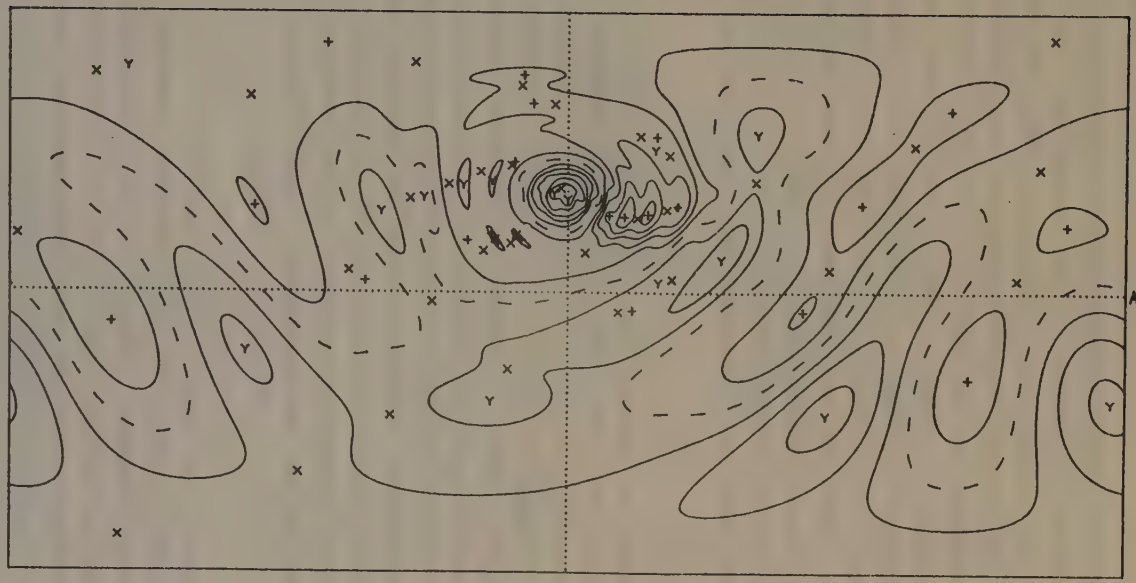


Abb. 20: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 4.
(Übrige Parameter wie in Abb. 19)

Feld in den relativ schwach aufgelösten Gebieten - abgesehen von einer gewissen Glättung der Isolinien und leichten Phasenverschiebungen auf der luvseitigen Hemisphäre - wieder dem Ergebnis des Referenzlaufes (Abb. 3) entspricht, haben sich in der Nähe des Fokussierungszentrums die kleinskaligen Störungen gegenüber dem Parallellauf mit starker Dämpfung deutlich intensiviert. Sie gewinnen in der Folgezeit noch mehr an Bedeutung und haben schließlich nach 20 Tagen Laufzeit das physikalisch sinnvoll erscheinende Feld in Gebirgsnähe in Form äußerst starkgradientiger Vorticity-Gebilde bis zur Unkenntlichkeit überwuchert. Die Strukturen in den übrigen Gebieten bleiben davon scheinbar unangetastet und können sich im wesentlichen so entwickeln, wie sie es bei homogener Auflösung taten.

Die Entwicklung der kleinskaligen Störungen spiegelt sich sehr aufschlußreich in den zonalen Spektren der relativen Enstrophie wieder. Abb. 22 stellt ein solches Spektrum in 30° N nach 10 Tagen des bisher betrachteten Modellaufs dar. Die physikalisch sinnvoll erscheinenden Prozesse stecken in Form eines weitgehend roten Spektrums in den Wellenzahlen 0 bis 18 und geben diesem Teil des Gesamtspektrums praktisch das gleiche Aussehen, das sie ihm auch bei homogener Auflösung verliehen. Während die Belegung der Wellenzahlen 20-26 zunächst nicht eindeutig einzuordnen zu sein scheint, ist die Enstrophie in den Wellenzahlen 42 bis 52 zweifelsfrei mit dem beschriebenen Lärm zu identifizieren.

Das an gleicher Stelle nach 15 Tagen Laufzeit ermittelte Spektrum ist in Abb. 23 zu sehen. Die Scalelücke zwischen dem physikalischen Geschehen und dem Lärm ist jetzt, offenbar infolge von Wechselwirkungen zwischen beiden "Blöcken", stark zusammengeschrumpft. Abb. 24 zeigt nach ebenfalls fünfzehntägiger Modellaufzeit das Enstrophiespektrum in 45° N. Auch hier ist der Lärmanteil deutlich zu erkennen, er tritt jetzt jedoch in etwas kleineren Wellenzahlen als in Abb. 23 auf.

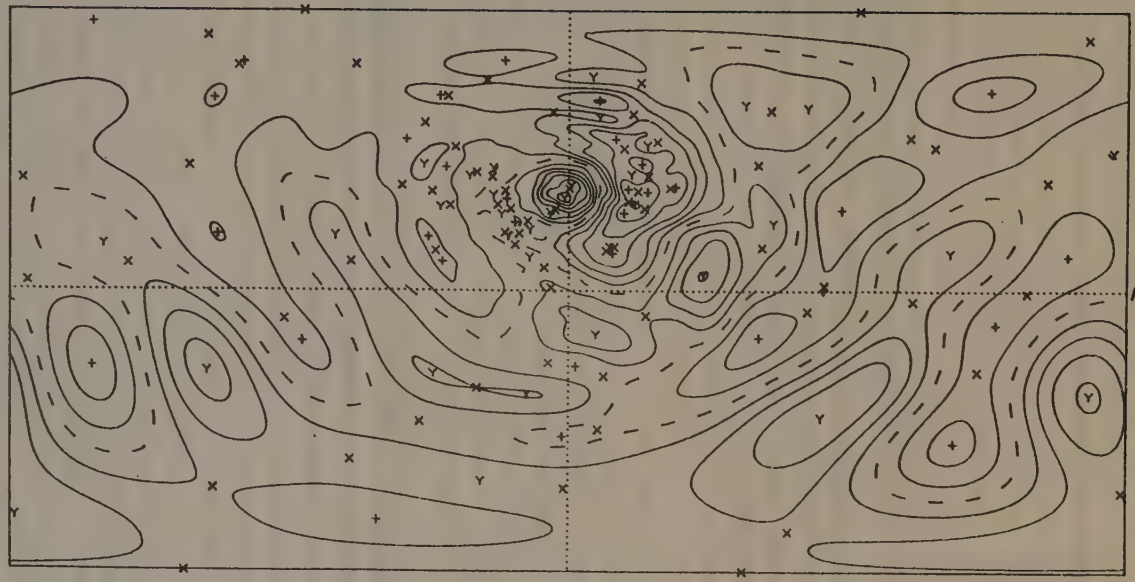


Abb. 21: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 30° N.

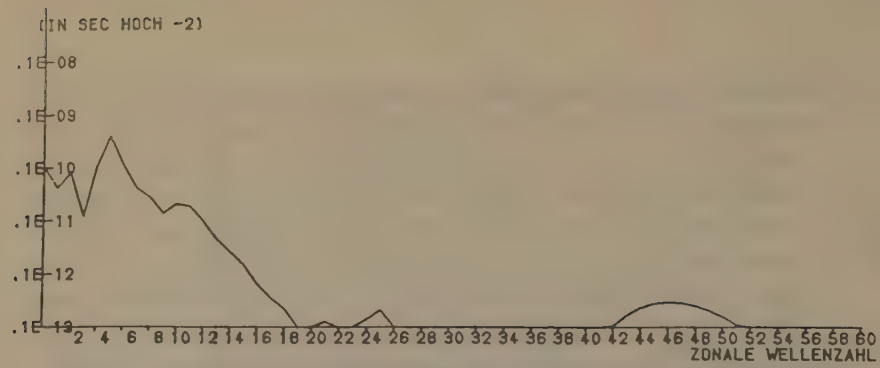


Abb. 22: Zonales Enstrophiespektrum in 30° N nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation und leichter Dämpfung. Gebirgs- und Fokussierungszentrum liegen auf diesem Breitenkreis.

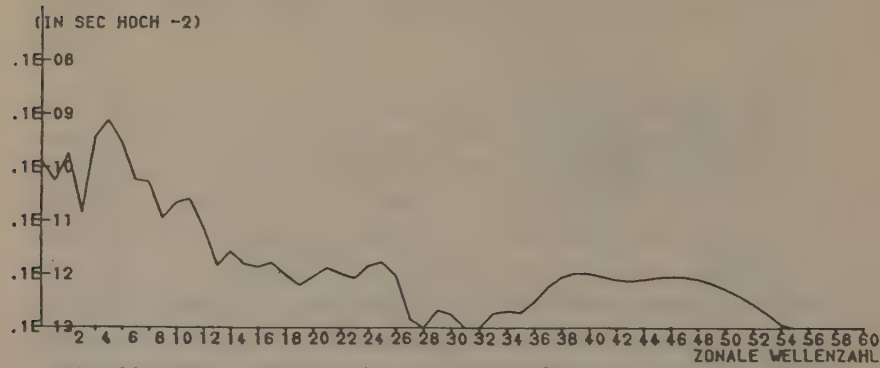


Abb. 23: Zonales Enstrophiespektrum in 30° N nach 15 Tagen Laufzeit (Übrige Parameter wie in Abb. 22)

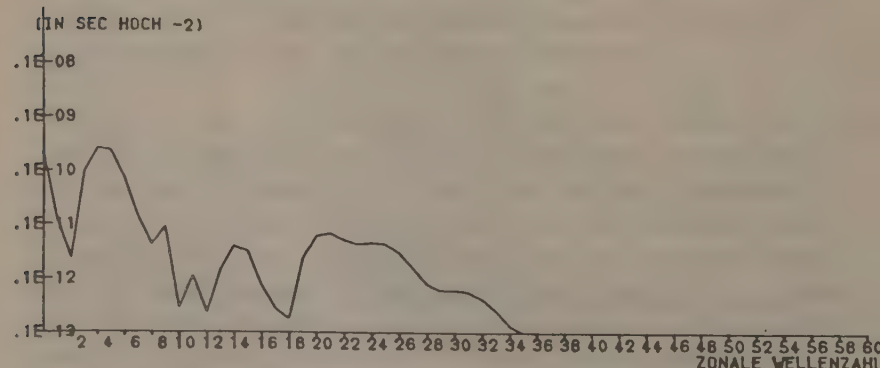


Abb. 24: Zonales Enstrophiespektrum in 45° N nach 15 Tagen Laufzeit (Übrige Parameter wie in Abb. 22)

Natürlich ist es nicht völlig auszuschließen, daß der Grund für die in der Nähe des Fokussierungszentrums auftretenden kleinskaligen Störungen auch in jenen quasi-optischen Erscheinungen (z.B. Reflexionen und Brechungen) zu suchen ist, die in den "Nesting-Modellen" beobachtet werden. Die Tatsache, daß das Gebiet, in dem sie anzutreffen sind, gerade dem stärksten räumlichen Auflösungswechsel unterliegt (siehe (1.8)), läßt sich mit dieser Theorie gut in Einklang bringen.

Es fällt jedoch auf, daß der in den Abb. 22 bis 24 indentifizierbare Lärm stets eine (zeitlich anwachsende) Enstrophieansammlung in den kleinsten jeweils aufgelösten Scales darstellt. Ferner läßt auch Abb. 15 leichte Enstrophieanhäufungen in den Wellenzahlen erkennen, die nur wenig unterhalb des Abhackgrades N liegen. Dieses Phänomen ist bei homogener Auflösung typisch für nahezu alle Spektren, die zwischen 30° N und 30° S, also im Bereich der großskaligen Störungswelle, erstellt wurden. Bei inhomogener Auflösung nimmt die Intensität der Enstrophieanhäufung am rechten Rand des Spektrums sowohl mit diesem großskaligen physikalischen Geschehen (vergleiche auch Kapitel 5) wie insbesondere mit dem maximalen Auflösungsvermögen auf dem betreffenden Breitengrad zu.

Alle diese Ergebnisse deuten darauf hin, daß die Ursache des bei inhomogener Auflösung auftretenden kleinskaligen Lärms in einer aus erwähnten Theorien bekannten "Abwanderung" der Enstrophie in Richtung immer größerer Wellenzahlen liegt. Diese auf nicht-linearen Wechselwirkungen basierende "blaue Enstrophiekaskade" kann offensichtlich nur dann merklich in Erscheinung treten, wenn (auflösungsbedingt) genügend Komponenten zur Verfügung stehen, um Wechselwirkungsprodukte "aufzunehmen" und, auf diese Weise "aktiviert", dann ihrerseits mit anderen Komponenten in Wechselwirkung zu treten. Sie konnte daher bei homogener Auflösung im globalen Mittel nicht beobachtet werden.

Von großer Wichtigkeit für die Entstehung des Lärms ist nun das auch bei bestmöglicher Auflösung nicht zu umgehende (orthogonale) Abhacken. Es verhindert, daß die in Richtung kleinerer Scales abfließende Enstrophie über die Abhackgrenze hinauswandern kann und sorgt somit für einen gewissen Enstrophiestau in den größten mitgeführten Wellenzahlen (siehe auch Batchelor, 1969). Hier kann dann die Enstrophie vor allem durch Wechselwirkung dieser kleinen Scales mit der Grundströmung und (in den von der Störungswelle erfaßten Gebieten) mit den durch die überwiegend quasi-linearen Prozesse stark belegten großen Störungs-Scales rasch immer mehr anwachsen und schließlich den beschriebenen Lärm sichtbar werden lassen. Das in Abb. 22 auftretende Nebenmaximum in den Wellenzahlen 20 bis 26 ist, geht man von den eben angestellten Überlegungen aus, möglicherweise dem abhackbedingten Ende der Enstrophiekaskade auf gewissen, relativ schwach aufgelösten Teilen des betrachteten Breitenkreises zuzuschreiben.

Eine Analyse der global gemittelten Spektren der absoluten Enstrophie bestätigt diese Theorie. So weist beispielsweise ein solches gemitteltes Spektrum nach 20 Tagen Laufzeit mit c = 3, Gebirgszentrum in 30° N und leichter Dämpfung wesentlich größere Werte in allen kleinen Scales auf, als es dies nach 15 Tagen Laufzeit tat. Dafür hat aber insbesondere das zwischen den Wellenzahlen 0 und 3 gelegene Ensemble inzwischen an Enstrophie verloren. Auch im Vergleich zum Parallellauf mit homogener Auflösung ist es jetzt eindeutig schwächer belegt, was zu früheren Zeitpunkten nicht erkennbar der Fall war.

Eine großskalige Kompensation der beobachteten Enstrophieanhäufung in den hohen Wellenzahlen folgt auch zwingend aus dem zeitlichen Verlauf des globalen Mittelwertes der absoluten Enstrophie. Dieser Wert geht nämlich auch noch nach dem 15. Modelltag mit der für den gesamten Lauf durchschnittlichen Abnahmerate zurück, wenn auch diese Abnahmerate mit ca. 0,4 ‰ in

nerhalb von 20 Tagen eindeutig unter der aus dem Parallellauf mit homogener Auflösung (2,5 ‰ im gleichen Zeitraum) liegt.

Das Anwachsen der kleinskaligen Störungen schlägt sich naturgemäß auch in einer gewissen Zunahme der kinetischen Energie innerhalb des betreffenden Teils des Spektrums nieder. Allerdings ist dabei der relative Energiebeitrag der kleinen Scales stets wesentlich geringer als ihr relativer Anteil an der gesamten Enstrophie, was auch in Abb. 25 deutlich zum Ausdruck kommt. Diese Abbildung zeigt das Geopotentialfeld nach 20 Tagen des zuletzt stets betrachteten Modellaufs. Man erkennt in der Nähe des Fokussierungszentrums lediglich ein ganz leichtes Zittern der in ihrem Verlauf durch großskalige Wellen bestimmten Isolinien, während im korrespondierenden Vorticity-Feld zum gleichen Zeitpunkt der kleinskalige Lärm in Gebirgsnähe vollständig dominiert (hier nicht abgebildet). Auch jetzt fließt stets mehr Energie in das großskalige Störungswellenensemble (mit Ausnahme der Wellenzahl 3) als in die lärmproduzierenden kleinen Wellen; jedoch entstammt die in die großskaligen Störungen wandernde Energie offenbar auch jetzt keinem mittleren Wellenensemble (siehe Fjørtoft, 1953), sondern nach wie vor hauptsächlich der Grundströmung.

Der globale Gesamtwert für die kinetische Energie nimmt bei c = 3 und leichter Dämpfung bis zum 15. Modelltag etwa gleich stark wie im Parallellauf mit homogener Auflösung ab. Danach ist jedoch ein leichter Anstieg dieses Gesamtwertes zu verzeichnen. Der entsprechende Wert für die totale Energie liegt am Anfang deutlich unter dem jeweiligen Vergleichswert aus dem homogen auflösenden Modell und weist danach eine unregelmäßige aber insgesamt ansteigende Tendenz auf.

Es sei noch ergänzend darauf hingewiesen, daß parallele Versuchsserien mit halbiertem Integrationszeitschritt zu gleichen Ergebnissen, also insbesondere zu unveränderter Lärm-

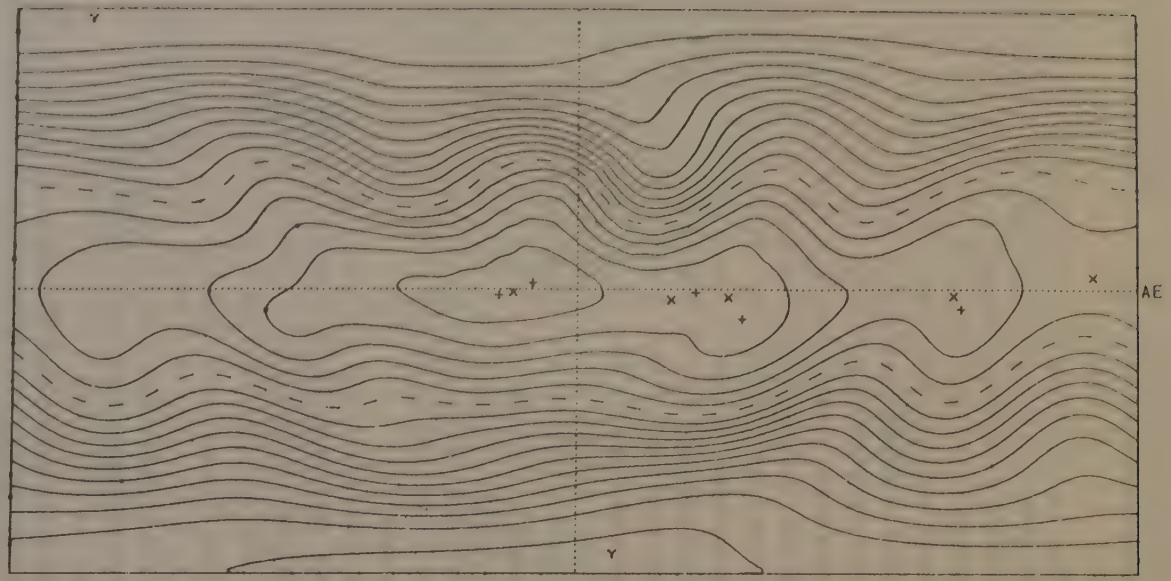


Abb. 25: Globales Geopotentialfeld nach 20 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 30° N.

entwicklung führten, was eventuelle auf unser Zeitschema (siehe Kapitel 1.5) zurückzuführende numerische Instabilitäten als mögliche Ursache für diese Phänomene unwahrscheinlich werden läßt.

Wie aus den bisher in diesem Unterkapitel vorgestellten Ergebnissen bereits hervorgeht, läßt sich der kleinskalige Lärm durch eine ausreichend starke Laplace-Dämpfung der Vorticity eindämmen. Da diese Dämpfung aber trotz ihrer wellenzahlabhängigen Stärke auch stets die uns interessierende physikalische Entwicklung behindert, muß immer ein vom Einzelfall abhängiger Kompromiß zwischen Lärmfreiheit und ungehinderter Entfaltung des physikalischen Geschehens den Wert für ν_ψ bestimmen.

Einen solchen Kompromiß stellt bei c = 3 und der hier vorgegebenen Orographie die in Kapitel 1.1 beschriebene mittlere Vorticity-Dämpfung dar. In Abb. 26 ist das Vorticity-Feld nach zwanzigtätiger Modellierung mit dieser Dämpfung zu sehen. Das Gebirgszentrum liegt wieder in 30° N, die Divergenz wurde nach wie vor nur leicht gedämpft. Wie man erkennt, sind alle in Abb. 4 auftretenden Strukturen im wesentlichen erhalten geblieben; gleichzeitig hält sich aber auch die kleinskalige Lärmentwicklung in Grenzen. Die globalen Gesamtwerte für die absolute Enstrophie und die kinetische Energie nehmen kontinuierlich ab, die totale Energie scheint um einen konstanten Mittelwert zu schwingen.

Übrigens wird der nicht-lineare Effekt der antizyklonalen Rotation der Divergenzgebilde bei homogener und inhomogener Auflösung nahezu identisch wiedergegeben.

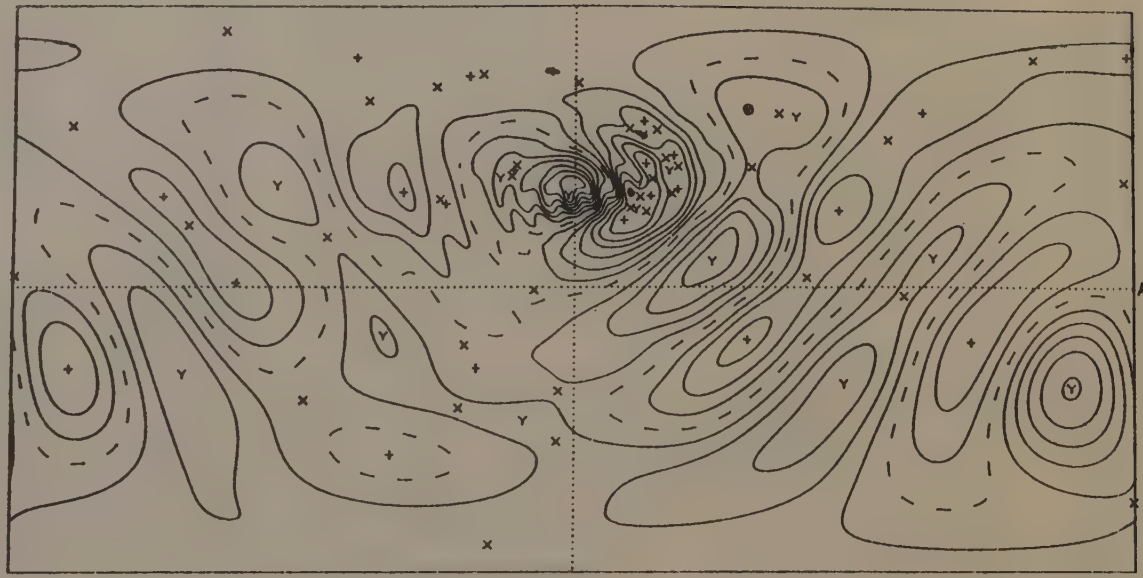


Abb. 26: Globales Vorticity-Feld nach 20 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation, leichter Dämpfung der Divergenz, mittlerer Dämpfung der Vorticity und Gebirgszentrum in 30° N.

4 Ergebnisse bei relativ großskaligem Gebirge und Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden

Gehen wir bei der Modellierung des Einflusses einer idealisierten Orographie auf die allgemeine Zirkulation von den in Kapitel 1.4 beschriebenen Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden aus, so müssen wir in den Ergebnissen andere Strukturen erwarten, als sie bei Verwendung der Grundströmung gemäß starrer Rotation zu beobachten waren. Es tritt jetzt eine sogenannte "kritische Breite" auf, in der die (zonale) Phasengeschwindigkeit der Störungswelle gleich der Grundströmungsgeschwindigkeit $\bar{u}$ ist und in deren Umgebung folglich die Energie der Störungen absorbiert wird (siehe z.B. Bennett und Young, 1971). Da wir es hier i.a. mit sehr kleinen Phasengeschwindigkeiten zu tun haben, ist die "kritische Breite" in etwa identisch mit dem θ, für welches $\bar{u}(\theta) = 0$ gilt. Entsprechend dieser Theorie kamen Grose und Hoskins (1979) mit ihrem stationären Modell zu dem Resultat, daß äquatoriale Ostwinde ein Übergreifen der in einer der angrenzenden Westwindzonen orographisch erregten Störungen auf die orographiefreie Halbkugel verhindern.

Im Falle unserer Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden liegt das Gebirgszentrum entweder in 45° N oder in 60° N. Diese Grundströmung (vergleiche Abb. 1) sollte also - bei ausreichend ausbalancierten Anfangsfeldern - eine völlig störungsfreie Südhalbkugel garantieren und dadurch, daß sich die angeregten Störungen nicht sehr weit vom Fokussierungszentrum (Gebirgszentrum) entfernen können, für besonders saubere Ergebnisse des inhomogen auflösenden Modells sorgen. Die Versuchsserien mit der nur schwach ausgeprägte äquatoriale Ostwinde beinhaltenden Grundströmung werden alle mit einem Gebirgszentrum in 45° N durchgeführt.

Jedoch muß man, wie in Kapitel 1.4 bereits angedeutet, bei Vorgabe dieser vergleichsweise kompliziert strukturierten Grundströmungen aber auch mit Schwierigkeiten bei der Modellierung rechnen, die unter den Kapitel 3 zugrunde liegenden Verhältnissen nicht auftraten. Insbesondere bei homogener Auflösung und leichter Dämpfung kommt es auch tatsächlich zu Erscheinungen, die als meteorologisch völlig unrealistisch eingestuft werden müssen, die es aber auf Grund ihrer offensichtlichen Bedeutung für die spektrale Modellierung wert sein dürften, etwas näher betrachtet zu werden:

Zwar dominieren bei dieser Parameterkonstellation auf den Vorticity-Karten ein antizyklonaler Wirbel über dem Gebirge und ein langgezogenes, komplex strukturiertes Gebiet ebenfalls negativer Feldwerte südöstlich des Gebirges, die beide durch den Leetrog voneinander getrennt sind; doch bilden sich - insbesondere bei starken äquatorialen Ostwinden - schon nach kürzester Zeit zunächst sehr kleinskalige Störungen im Luv des Gebirges und vor allem auf der Südhalbkugel aus. Im Laufe der ersten Modelltage wächst der Scale dieser Störungen merklich an, wenn auch ihre Intensität im Vergleich zu derjenigen der dominierenden gebirgsnahen Phänomene (im dämpfungsbehafteten, nicht-linearen Modell) gering bleibt. Nach etwa 5 Modelltagen läßt sich ein weiteres nennenswertes Wachstum dieser Gebilde weder bezüglich ihrer Stärke noch hinsichtlich ihres Scales feststellen. Immerhin besitzen sie aber inzwischen so viel Energie, daß sie sich durch schwache Wellen auch in den Geopotentialkarten bemerkbar machen.

Wie Abb. 27 (Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, leichter Dämpfung, Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden und Gebirgszentrum in 45° N) zeigt, ist die äquatoriale Ostwind-Region fast völlig störungsfrei geblieben, während die sich anschließenden mittleren Breiten der Süd-

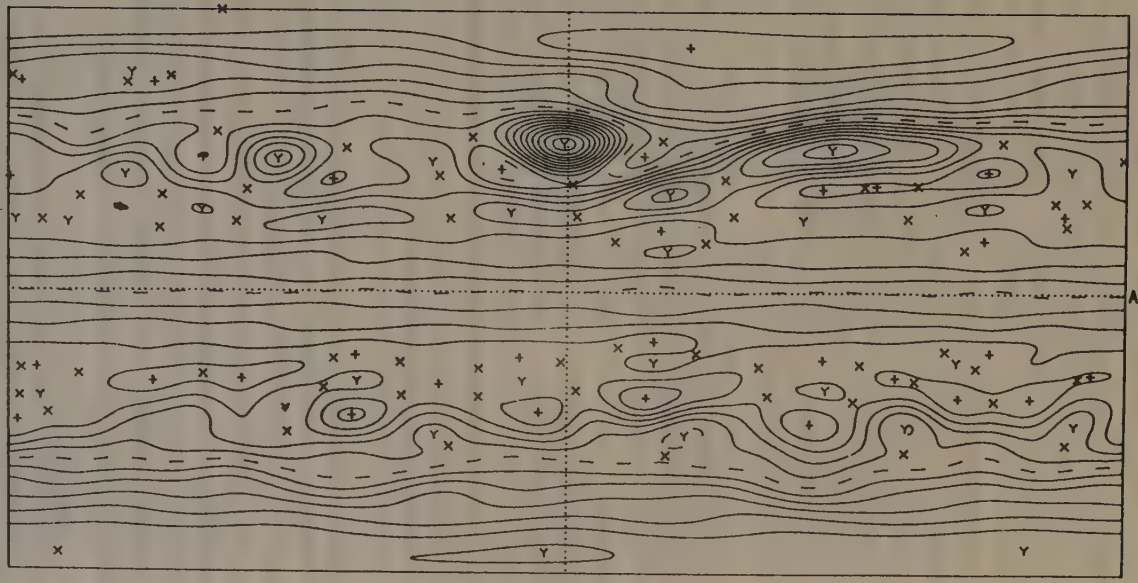


Abb. 27: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden, leichter Dämpfung und Gebirgszentrum in 45° N.

hemisphäre mit relativ kleinskaligen Störungen übersät sind. Der Parallellauf mit schwachen äquatorialen Ostwinden in der Grundströmung, sonst aber gleichen Parametern, läßt eine qualitativ gleiche Entwicklung erkennen. Allerdings sind dort die Störungen auf der Südhalbkugel weiter äquatorwärts - und damit insbesondere nördlich der Antipodenbreite des Gebirges - anzutreffen und deutlich schwächer ausgeprägt, auch erreicht ihr Scale jetzt nicht die gleiche Größe wie im Fall der starken äquatorialen Ostwinde. Sie beschränken sich dort fast völlig auf den östlichen Teil dieser Hemisphäre und "erodieren" in diesem Gebiet allmählich die schwache äquatoriale Ostwindzone.

Die Ergebnisse des linearen Modells beweisen, daß es sich bei diesen relativ kleinskaligen Störungen nicht in erster Linie um die Folge nicht-linearer Wechselwirkungen zwischen den vom Gebirge angeregten Wellen handeln kann. In Abb. 28 ist das Störungsvorticity-Feld nach fünftägigem Modellauf dargestellt. Es liegen wieder die Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden und ein Gebirgszentrum in 45° N zugrunde. Wie man sieht, treten auch hier die beschriebenen Störungen auf. Ihre Entwicklungsgeschichte läßt sich anhand dieser Abbildung sehr anschaulich rekonstruieren:

Die ersten dieser Störungen treten jeweils in den mittleren Breiten auf, und zwar erscheinen sie auf der Nordhalbkugel etwa 120° westlich und auf der Südhalbkugel ca. 60° östlich des durch das Gebirgszentrum verlaufenden Meridians. Hier haben sich inzwischen scheinbar aus den anfangs sehr kleinskaligen Gebilden relativ kräftige, größerskalige Störungen entwickelt, während daneben neue kleine Wirbel entstanden sind, die im Laufe der Zeit ebenfalls noch anwachsen.

In einem Parallelversuch mit gleicher Grundströmung und Gebirgszentrum in 60° N wird diese systematische räumliche Verteilung der Störungsscales allerdings nicht erreicht. Wohl

aber nehmen auch dort die Größenordnung und die Intensität der uns im Augenblick interessierenden Störungen - sie befinden sich allgemein in größerer Polnähe als in Abb. 28 - während der ersten Modelltage kontinuierlich zu.

Wie bereits aus Kapitel 1.4 hervorgeht, kommt eine barotrope Instabilität der Grundströmungen als Ursache für die unerwünschten Phänomene nicht in Frage. Letztere muß viel mehr in den numerischen Eigenarten des Modells zu suchen sein, wobei besonders zu beachten ist, daß eine vergleichbare Störungstätigkeit bei Verwendung einer Grundströmung gemäß starrer Rotation nicht sichtbar auftrat und sich dort die großskalige Welle über ein zuvor störungsfreies Gebiet ausbreitete. Nicht minder aufschlußreich ist, daß bei den komplizierteren Grundströmungen aber auch das lineare Modell solche Störungen produziert.

Im Falle der Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden ist $\overline{\zeta}_a$ von der Form $b_{1,0} \sin\theta + b_{3,0} \sin^3\theta$, während die spektrale Darstellung von $\overline{U} = \cos\theta \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \theta}$ die Gestalt $b_{0,0} + b_{2,0} \sin^2\theta + b_{4,0} \sin^4\theta$ besitzt. Wir betrachten jetzt einmal ein durch die bisherige Entwicklung vorgegebenes Störungsvorticity-Feld $\hat{\zeta}_a$, zu dessen spektraler Beschreibung die Komponente $b_{m_1,n_1} \sin^{m_1}\theta \cos^{n_1}\theta \cos n_1 \lambda$ ($0<m_1, n_1<N$, $b_{m_1,n_1} \neq 0$) gehört. Es läßt sich leicht zeigen, daß dann der in der linearen Vorticity-Gleichung (2.1) auftretende Term

$1/\cos^2\theta \; \overline{U} \; \frac{\partial}{\partial \lambda} \; \hat{\zeta}_a$, mit einem $\overline{U}$ von der soeben beschriebenen Art, u.a. eine neue Störungsvorticity- (bzw. $\hat{\psi}$-) Komponente der Form $b_{m_1+2,n_1} \sin^{m_1+2}\theta \cos^{n_1}\theta \cos n_1\lambda$ entstehen läßt. Auf Grund der Struktur von $\overline{\zeta}_a$ produzieren auch alle anderen in (2.1) enthaltenen Terme zu jeder Spektralkomponente eines

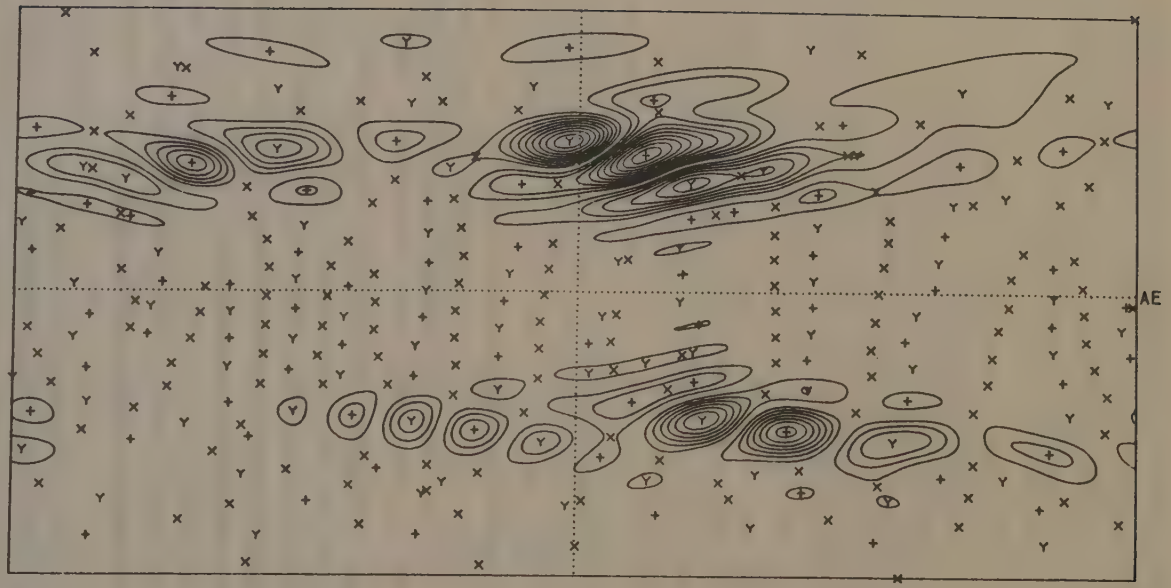


Abb. 28: Globales Feld der Störungsvorticity nach 5 Tagen Laufzeit des linearen Modells mit der starke äquatoriale Ostwinde beinhaltenden Grundströmung und Gebirgszentrum in 45^{o} N.

vorgegebenen $\hat{\psi}$-Feldes stets eine neue Komponente mit derselben zonalen Wellenzahl n aber einem um den Wert 2 größeren meridionalen Index m.

Bei den Grundströmungen mit äquatorialen Ostwinden werden also durch einen linearen Mechanismus innerhalb der Vorticity-Gleichung zu einer vorgegebenen zonalen Wellenzahl laufend größere "meridionale Modes" m angeregt. Innerhalb des nicht-linearen Modells wird dieser Mechanismus durch das Rechnen im rotierten Koordinatensystem nicht prinzipiell beeinflußt. Im Falle der Grundströmung gemäß starrer Rotation - $\bar{U}$ ist dort von der Form $b_{2,0} \sin^2\theta$ - kann hingegen die Anregung größerer "meridionaler Modes" (außer durch nicht-lineare Wechselwirkungen) nur auf dem Umweg über die vergleichsweise schwach ausgeprägten und außerdem stets einer relativ starken Laplace-Dämpfung unterzogenen divergenten Windanteile erfolgen. Bei unendlich großem Abhackgrad dürfte nun die Überlagerung aller auf die beschriebene Weise belegten Komponenten beispielsweise auf der Südhalbkugel - entsprechend der eingangs dieses Kapitels erwähnten Theorie - keinerlei Störungen entstehen lassen. Desto kleiner aber für eine zonale Wellenzahl n die Anzahl der zugelassenen Komponenten in m-Richtung ist, desto eher können wir meteorologisch unrealistische Störungen mit dieser Wellenzahl erwarten. Durch das dreieckförmige Abhacken nimmt in unserem Modell der Freiheitsgrad in m-Richtung mit wachsendem n ab, und tatsächlich lassen die Auswertungen der zonalen Spektren und der globalen Vorticity- und Geopotentialkarten den Schluß zu, daß die Störungen auf der Südhalbkugel und im Luv des Gebirges anfangs den größten der von der Orographie in Gebirgsnähe angeregten zonalen Wellenzahlen (etwa 10-12) zuzuordnen sind. Das im Laufe der ersten Modelltage innerhalb dieses Lärms dominant werdende Auftreten von Störungen in kleineren Wellenzahlen dürfte daher rühren, daß diese Scales während dieser Zeit in Gebirgsnähe eine immer stärker werdende "physikalische Be-

legung" erfahren.

Die beschriebenen Störungen sind also offensichtlich letztendlich auf unangenehm "starre" Symmetrieeigenschaften der von uns gewählten spektralen Darstellung zurückzuführen. Im Modell mit spektraler Fokussierung sind die kleineren der in Gebirgsnähe angeregten (homogenen) zonalen Wellenzahlen auf der Südhalbkugel und im fernen Luv des Gebirges gar nicht mehr auflösbar. Dieses Modell liefert auch bei leichter Dämpfung für die erwähnten Gebiete nahezu ungestörte, rein zonale Felder. Lediglich in der vergleichsweise noch gut aufgelösten Umgebung des durch das Gebirgszentrum verlaufenden Meridians ist auf der südlichen Hemisphäre eine schwache Störung erkennbar. Ihre Extrapolation über den gesamten Breitenkreis ergibt in etwa die (homogene) Wellenzahl 5. Der im vorigen Kapitel beschriebene kleinskalige Lärm in der Nähe des Fokussierungszentrums tritt jetzt erwartungsgemäß um so stärker in Erscheinung, desto energiereicher die Grundströmung in Gebirgsnähe ist und desto intensiver damit auch die orographisch angeregte Störungstätigkeit wird.

Wie die scalemäßige Beschaffenheit der zuvor erörterten, numerisch verursachten Störungen vermuten läßt, sind sie auch bei homogener Auflösung durch eine ausreichend starke Laplace-Dämpfung weitgehend zu beseitigen. Abb. 29 zeigt das Vorticity-Feld nach zehntägigem (nicht-linearen) Modellauf mit der starke äquatoriale Ostwinde beinhaltenden Grundströmung, einem Gebirge bei 45° N und starker Dämpfung. Die meteorologisch unrealistischen Phänomene sind jetzt größtenteils verschwunden. Man erkennt den Ansatz einer großskaligen Störungswelle, die sich vom Gebirge in südöstliche Richtung auszubreiten versucht, den Rand der äquatorialen Ostwindzone aber nicht zu überschreiten vermag. Dieselben Strukturen waren schon nach knapp 5 Tagen vorhanden und erfahren auch in Zukunft keinerlei nennenswerte Veränderung.

Bei den hier zugrunde gelegten Grundströmungen sind die mit c = 3 und starker Dämpfung erhaltenen Ergebnisse in sehr hohem Maße identisch mit denen des jeweiligen homogen auflösenden Parallelversuchs. Der einzige sichtbare Unterschied besteht i.a. darin, daß in dem mit Fokussierung arbeitenden Lauf die unrealistischen Störungen auf der Südhalbkugel noch schwächer ausfallen.

In Abb. 30 ist das Vorticity-Feld nach 10 Modellauftagen mit c = 3, starker Dämpfung und der Grundströmung mit schwachen äquatorialen Ostwinden zu sehen. Auf Grund der in der Breite des Gebirges stärkeren Grundströmung und der dadurch mehr an Gewicht gewinnenden Gebirgsüberströmung (größerer Divergenzgradient!) sind jetzt intensivere großskalige Störungen entstanden, als sie in Abb. 29 erkennbar waren. Aber auch jetzt vermag die Störungswelle die äquatoriale Ostwindzone offensichtlich nicht zu durchdringen, obwohl diese nur noch sehr schwach ausgeprägt ist. Der leicht gestörte Isolinienverlauf auf der Südhalbkugel dürfte vorwiegend auf unbedeutende Rundungseffekte zurückzuführen sein, das Geopotentialfeld weist jedenfalls keine korrespondierenden Erscheinungen auf.

Die Versuchsserien, in denen die Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden auf ein Gebirge mit Zentrum in 60° N auftrifft, bestätigen durch Vergleich mit den in Abb. 29 und den korrespondierenden Geopotential- und Divergenzkarten zu sehenden Ergebnissen den früher vermerkten Einfluß, den die Stärke der zonalen Strömung in der Breite des Gebirges auf das Verhältnis von Überströmung zu Umströmung ausübt. Trotz des in 60° N geringeren Wertes für β (siehe Mc Cartney, 1975) ist jetzt die Gebirgsüberströmung gegenüber der Gebirgsumströmung eindeutig dominanter, als sie es im Falle des Gebirges bei 45° N war. Zugleich nimmt auch die Stärke der vom Gebirge ausgehenden Störungswelle zu (siehe Kapitel 3.1).

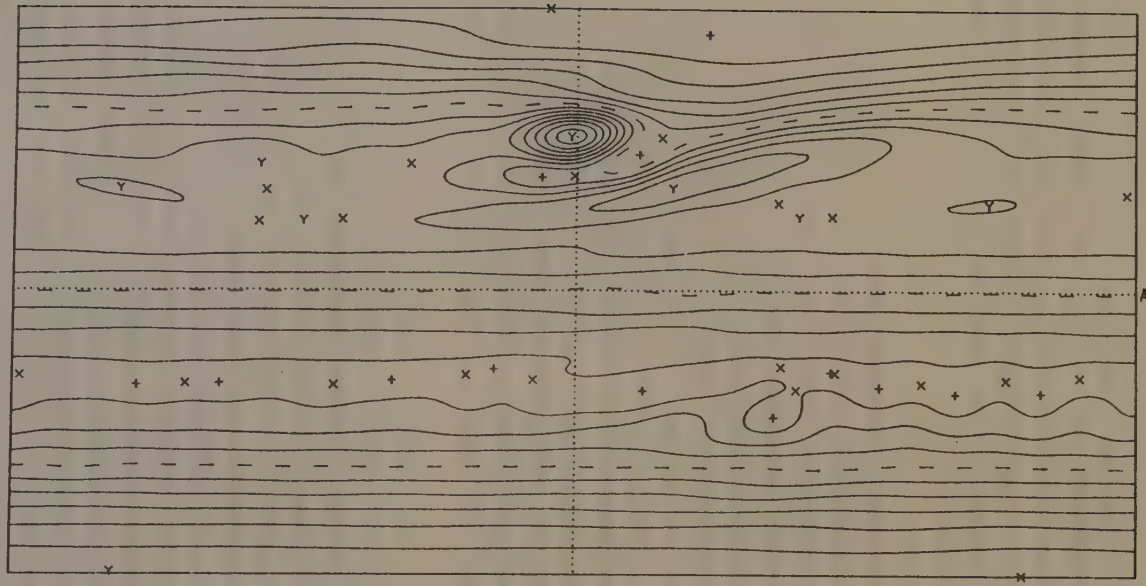


Abb. 29: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit homogener Auflösung, Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden, starker Dämpfung und Gebirgszentrum in 45° N.

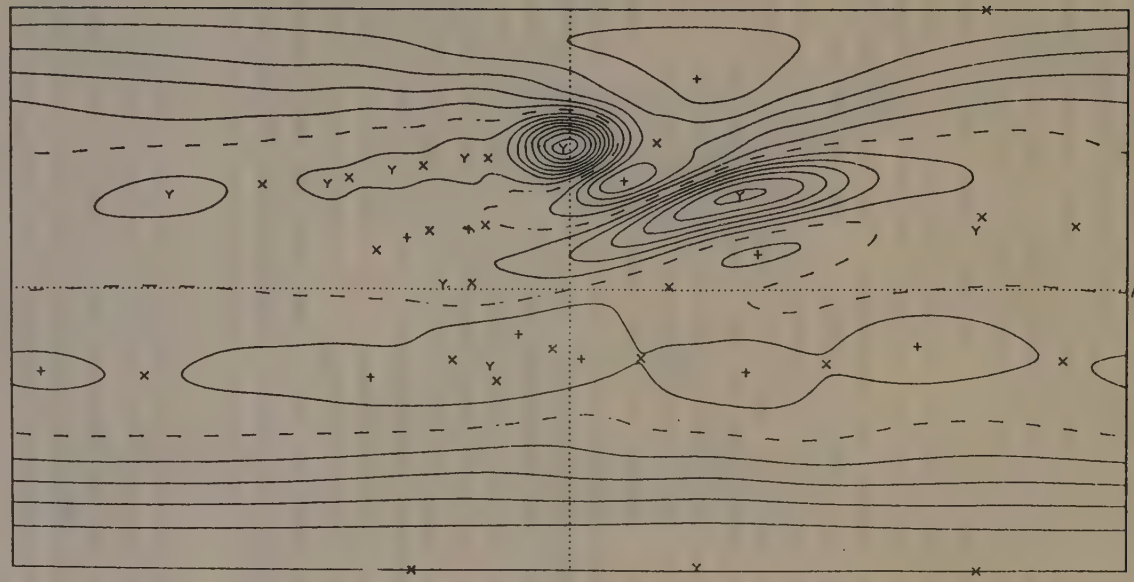


Abb. 30: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung mit schwachen äquatorialen Ostwinden, starker Dämpfung und Gebirgszentrum in 45° N.

Abschließend soll noch kurz auf die mit dem Stauchungsfaktor c = 4 arbeitenden Modellserien eingegangen werden. Wie in Kapitel 1.4 bereits erwähnt, können diese Serien jetzt nicht mehr auf vollständig ausbalancierten Anfangsfeldern aufbauen. Das lokale Auflösungsvermögen liegt hier für $\theta \leq -40°$ unterhalb der dafür notwendigen Wellenzahl 6. Im Falle der Versuche mit c = 3 war die globale Balance theoretisch gerade noch möglich, und wir haben dort auch tatsächlich - insbesondere auf der generell schlecht aufgelösten Südhalbkugel - keine auf Imbalancen zurückzuführenden Schwerewellen entdecken können. In Abb. 31 ist nun das mit c = 4 nach 10 Tagen Laufzeit erhaltene Vorticity-Feld dargestellt, alle übrigen Parameter entsprechen denen des Abb. 29 zugrunde liegenden Modellaufs. Auf der Südhalbkugel haben sich großskalige Wellenstörungen gebildet. Sie setzen sich, wie die zugehörigen Spektren bestätigen, aus den zonalen Wellenzahlen 1 bis 3 zusammen und sind auch im Geopotentialfeld sichtbar. Auch die äquatoriale Ostwindzone ist von leichten Wellenstörungen erfaßt worden, was insofern nicht verwundert, als das lokale Auflösungsvermögen schon in weiten Teilen dieses Gebietes für eine vollständige Balance zwischen den Grundströmungsfeldern nicht mehr ausreicht. Letzteres ist hingegen in dem gesamten Westwindgürtel der nördlichen Hemisphäre der Fall; trotzdem beobachten wir auch hier Störungen (z.B. etwa 9o° westlich des Gebirges), die weder der sich vom Gebirge in südöstliche Richtung ausbreitenden Welle (siehe Abb. 29) noch dem bekannten Lärm in der Nähe des Fokussierungszentrums zuzuordnen sind und die beispielsweise in dem Parallellauf mit c = 3 nicht einmal andeutungsweise auftraten.

Sogar in den Versuchen mit Gebirgs- und Fokussierungszentrum in 60° N kommt es zu diesem Phänomen, obwohl jetzt der ganz überwiegende Teil der äquatorialen Ostwindzone im Bereich der für die Balance der Anfangsfelder ausreichenden Auflösung liegt und somit den nördlichen Westwindgürtel gegen alle auf der

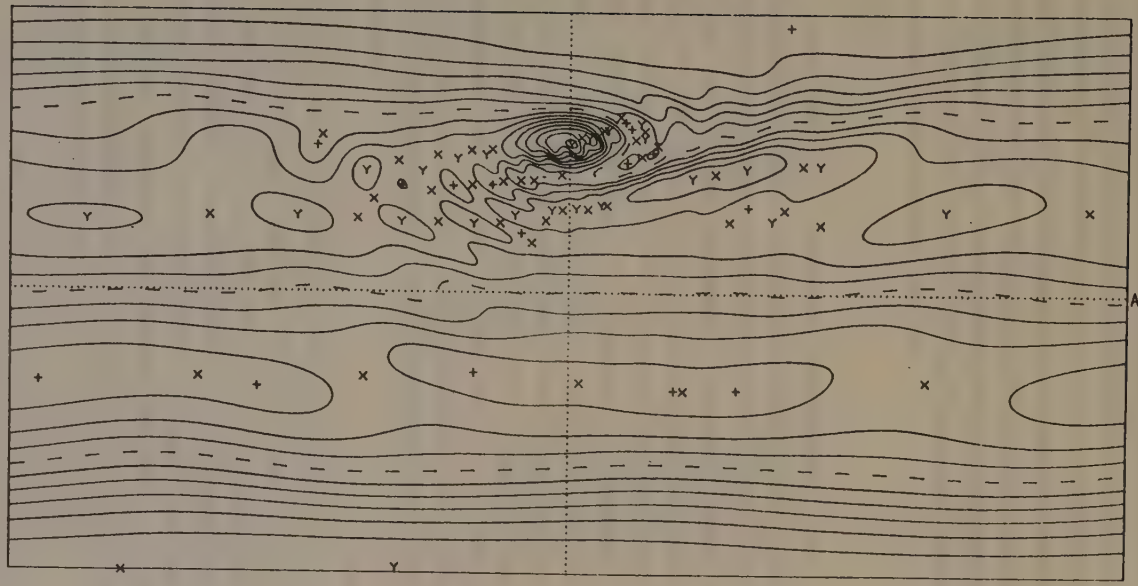


Abb. 31: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 4, Grundströmung mit starken äquatorialen Ostwinden, starker Dämpfung und Gebirgszentrum in 45° N.

Südhalbkugel entstehenden Schwerewellen abschirmen sollte. Offensichtlich verhindern also die bereits früher in diesem Kapitel bemängelten Symmetrieeigenschaften unserer spektralen Darstellung auch, daß die Folgen der in einigen Regionen auftretenden Imbalance der Grundströmungsfelder auch auf diese Regionen beschränkt bleiben.

5 Ergebnisse bei relativ kleinskaligem Gebirge

In den bisher beschriebenen Versuchen war das Gebirge so beschaffen, daß es (bei dem vorgegebenen Abhackgrad N = 20) mitsamt den von ihm angeregten Strömungsstrukturen auch ohne Fokussierung einwandfrei aufgelöst wurde. Mit homogener Auflösung durchgeführte Modellversuche konnten somit u.a. als Referenzläufe für den Test der Fokussierungsmethode dienen.

Da diese Tests i.a. durchaus zufriedenstellend ausfielen, wird anschließend das inhomogen auflösende Modell erstmals seiner eigentlichen Bestimmung gemäß eingesetzt, indem es zur Simulation von Phänomenen verwendet wird, die mit homogener Auflösung nicht mehr ohne erheblich gesteigerten Rechen- und Speicheraufwand (höherer Abhackgrad!) erfaßbar sind. Hierzu wird der Durchmesser des orographischen Hindernisses auf ein Drittel seines bisherigen Wertes verkleinert (siehe Kapitel 1.4). Den Versuchen liegen wieder eine gemäß starrer Rotation strukturierte Grundströmung und eine Gebirgsposition bei 30° N zugrunde. Der Stauchungsfaktor besitzt stets den Wert 3, und wir wollen uns in diesem Kapitel auf die Diskussion der Modellierung mit leichter Dämpfung beschränken.

Zunächst haben wir auch die Gipfelhöhe auf ein Drittel des vorherigen Wertes reduziert, so daß die mittlere Steigung des Gebirges erhalten bleibt. Abb. 32 zeigt das Vorticity-Feld der halben Nordhemisphäre nach 10 Tagen Laufzeit. Der untere Rand stellt den Äquator und der obere Rand den Nordpol dar. Der Meridian des Gebirgszentrums ist wieder punktiert eingezeichnet. Der Isolinienabstand ist gegenüber den globalen Karten halbiert.

Abb 32.: Vorticity-Feld der halben Nordhemisphäre nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation und leichter Dämpfung. Das relativ kleinskalige Gebirge mit einer Gipfelhöhe von 1331 m liegt bei 30° N.

Wie man sieht, hat dieses kleine Gebirge nur ganz schwache Störungen der durch die Grundströmung vorgegebenen Zirkulation entstehen lassen. Man erkennt einen im Vergleich zu den bisher behandelten Versuchen wenig ausgeprägten antizyklonalen Wirbel unmittelbar über dem Gebirge, dem leewärts ein noch schwächerer zyklonaler Wirbel folgt. Der Betrag der Vorticity im Kern der Antizyklone liegt in etwa bei einem Fünftel des Wertes aus dem Parallelversuch mit großem Gebirge.

Die sich ostwärts an den Leewirbel anschließende antizyklonale Ausbuchtung der durch die Grundströmung vorgegebenen Isolinien deutet wieder auf einen sich in Richtung auf die Antipode des Gebirges ausbreitenden Wellenzug hin. Dieser ist auch tatsächlich auf der korrespondierenden globalen Karte (hier nicht abgebildet!) durch leichte Wellenstörungen der ansonsten zonalen Isolinien erkennbar. Die Achsen der einzelnen Störungen sind dabei erneut von Nordosten nach Südwesten geneigt, und die Extrapolation dieses Wellenzuges entlang des in Kapitel 3 beschriebenen Großkreises ergibt wieder die Wellenzahl 6.

Die Wellenstörung besitzt jedoch eine so schwache Intensität, daß sie auf den Geopotentialkarten gar nicht in Erscheinung tritt. Auf ihnen erkennt man lediglich eine ganz leichte antizyklonale Ausbuchtung der Isolinien im Luv des Gebirges und eine ebenso schwache zyklonale Störung im Lee. Die Extremwerte der Divergenz haben allerdings betragsmäßig gegenüber dem Parallelversuch mit homogen auflösbarem Gebirge nur um ca. 25 % abgenommen. Da das gesamte divergente Geschehen sich jetzt auf noch kleinerem Raum abspielt, ist der Divergenz-Gradient dadurch sogar merklich angewachsen. Eine antizyklonale Rotation der Divergenzgebilde um einen gemeinsamen "Schwerpunkt" findet nicht statt, da die Stärke der gebirgsnahen Störungen im Vorticity-Feld für die hierzu notwendigen nicht-linearen Wechselwirkungen nicht ausreicht.

Diese beiden Divergenzgebilde sind also, wie zuvor in den Ergebnissen des linearen Modells, bezüglich des durch das Gebirgszentrum verlaufenden Meridians völlig symmetrisch zueinander angeordnet.

Um festzustellen, inwieweit die starken Abweichungen von den in Kapitel 3 beschriebenen Ergebnissen nur auf die veränderte maximale vertikale Erstreckung des Hindernisses zurückzuführen sind, haben wir dieses anschließend bei gleichbleibendem (horizontalen) Durchmesser auf die alte Gipfelhöhe von 3992 m aufgesteilt. In Abb. 33 ist aus dem entsprechenden Modellauf das nach 20 Tagen erhaltene globale Vorticity-Feld zu sehen. Im Vergleich zu dem zuvor besprochenen Versuch hat sich jetzt ein wesentlich stärkerer antizyklonaler Wirbel über dem Gebirge gebildet. Der Betrag der Vorticity erreicht hier etwa das Vierfache des vorher aufgetretenen Wertes und unterscheidet sich somit nicht mehr wesentlich von der entsprechenden Größe aus dem Modellauf mit relativ großskaligem Gebirge.

Aber auch dieses vergleichsweise steile Hindernis hat nur eine wenig stärkere Störungswelle als die zuvor verwendete Orographie entstehen lassen. Diese schwache Welle hat sich, im Gegensatz zu der in Kapitel 3 behandelten, auch nach dem 15. Modelltag allgemein etwas nach Osten verlagert, was dadurch zu erklären ist, daß sie der Grundströmung nur wenig Energie entziehen konnte. Dabei verlor sie, anders als im Fall des großskaligen Gebirges, zuletzt beständig an Intensität und ist jetzt, insbesondere im Luv des Gebirges, kaum noch in allen Teilen identifizierbar.

Die aus diesem Versuch stammenden Geopotentialkarten lassen die Störungswelle bei genauer Betrachtung erkennen, ihre Stärke ist hier aber im Vergleich zu den in Kapitel 3 beschriebenen Strukturen verschwindend gering. Die Beträge der Extremwerte der Divergenz sind jetzt mehr als dreifach so

Abb. 33: Globales Vorticity-Feld nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation und leichter Dämpfung. Das relativ kleinskalige Gebirge mit einer Gipfelhöhe von 3992 m liegt bei 30° N.

groß wie im Fall der kleinen Gipfelhöhe und übertreffen damit die entsprechenden Werte aus den Parallelversuchen mit relativ großskaligem Gebirge um nahezu 100 %. Die antizyklonale Rotation der Divergenzgebilde hat - offenbar auf Grund einer zu schwachen Ausprägung des Leewirbels - wiederum nicht stattgefunden.

Das Phänomen, daß ein Gebirge mit relativ kleiner horizontaler Ausdehnung die globale Zirkulation nicht nachhaltig zu beeinflussen vermag, ist keineswegs unbekannt. Schon Bolin (1950) kam, wie in der Einleitung bereits erwähnt, mit seinem linearen, äquivalent-barotropen Modell zu dem Ergebnis, daß es eines Gebirges von der Größe der Rocky-Mountains oder des Himalayas bedürfe, um planetarische Wellen anzuregen. (Übrigens ist die Masse unseres Gebirges trotz vergleichbarer horizontaler Ausdehnung viel kleiner als die des Himalayas.) Auch Longs (1952) Experimente mit einer rotierenden Schüssel ließen ein schnelles Abflauen der globalen Störungstätigkeit bei einer Reduktion des Gebirgsdurchmessers erkennen. Der soeben beschriebene Effekt soll nun mit Hilfe von Spektren aus dem Lauf mit relativ steilem Gebirge und unter Heranziehung der in Kapitel 3 vorgestellten Resultate etwas eingehender diskutiert und erklärt werden.

In Abb. 34 und Abb. 35 sind die global gemittelten zonalen Spektren der Energie bzw. der absoluten Enstrophie nach 10 Tagen zu sehen. Diese Spektren weisen, wie die vergleichbaren Funktionen bei relativ großskaligem Gebirge, wieder Maxima in den Wellenzahlen 4 und 5 auf. Allerdings sind jetzt die entsprechenden Werte um ca. 2 Größenordnungen kleiner.

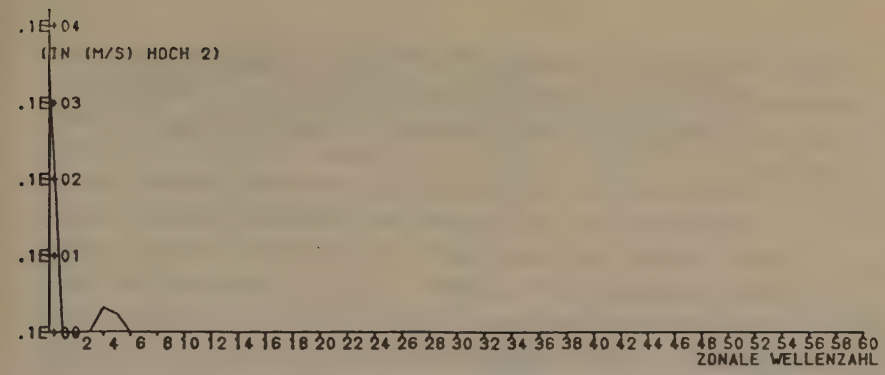


Abb. 34: Globales Mittel der zonalen Energiespektren nach 10 Tagen Laufzeit mit c = 3, Grundströmung gemäß starrer Rotation und leichter Dämpfung. Das relativ kleinskalige Gebirge liegt bei 30° N und hat eine Gipfelhöhe von 3992 m.

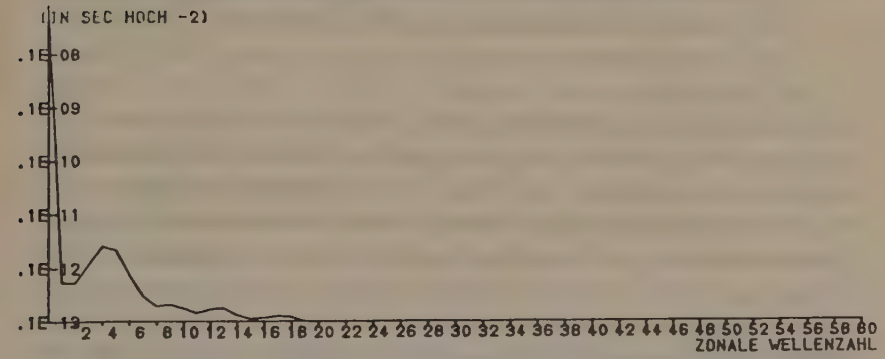


Abb. 35: Globales Mittel der zonalen Spektren der absoluten Enstrophie nach 10 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 34)

Abb. 36 stellt das zum gleichen Zeitpunkt erhaltene Spektrum der relativen Enstrophie in 30° N dar. Im Vergleich zu Abb. 22 fallen in ihm die in den Wellenzahlen 4 bis 6 auftretenden Maxima erneut um etwa 2 Größenordnungen kleiner aus. Dafür sind hier aber, außer der Wellenzahl 0 (Grundströmung!), auch die größeren Wellenzahlen deutlich stärker belegt, sieht man von dem am rechten Rand der Abb. 22 identifizierbaren Lärm ab. Dieser kleinskalige Lärm tritt bei dem nur noch inhomogen auflösbaren Gebirge nirgends in Erscheinung, und

Abb. 36 verkörpert, abgesehen von kleinen, unbedeutenden Nebenmaxima, für Wellenzahlen größer als 6 ein sich nur sehr langsam kontinuierlich abflachendes, "rosa" Spektrum.

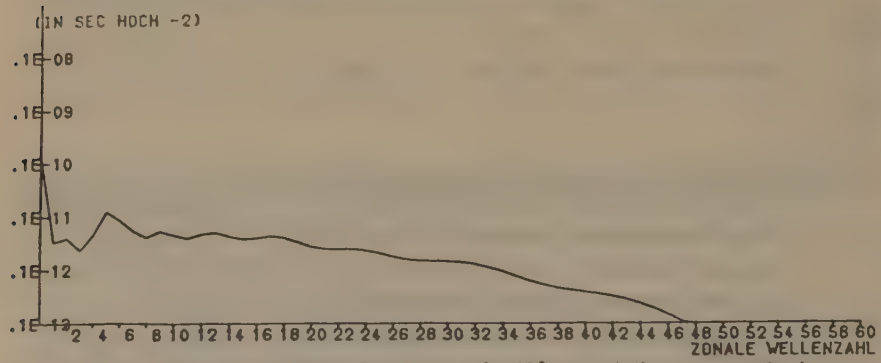


Abb. 36: Zonales Enstrophiespektrum in 30° N nach 10 Tagen Laufzeit. (Übrige Parameter wie in Abb. 34)

Die einzigen Veränderungen, denen dieses Spektrum in der Folgezeit unterworfen ist, bestehen darin, daß das Ensemble der Wellenzahlen 4 bis 6 bis zum 15. Modelltag noch etwas an Enstrophie gewinnt, danach aber einen (sicherlich dämpfungsbedingten) leichten Enstrophieverlust hinnehmen muß.

Benachbarte Spektren - etwa solche, die in 15° N erstellt wurden - weisen eine gänzlich andere Struktur auf. Sie lassen i.a. schon Wellenzahlen, die größer als 7 sind, unbelegt erscheinen. Berücksichtigt man ferner das variable Auflösungsvermögen auf den betrachteten Breitenkreisen, so liegt der Schluß nahe, daß die relativ starke Belegung der kleinen Scales in Abb. 36 nur auf unmittelbar am Gebirge stattfindende Vorgänge zurückzuführen ist. Dabei kann auf Grund der beschriebenen zeitlichen Konstanz dieses Spektrums der bekannte kleinskalige Lärm als maßgebliches Element ausgeschlossen werden.

Wie nicht anders zu erwarten, regt also das sich am Ort des Geschehens durch äußerst gradientstarke Vorticity- und Divergenzfelder bemerkbar machende Überströmen des horizontal kleinen Hindernisses (große Rossbyzahl auf Grund kleiner charakteristischer Länge des Gebirges!) in dessen näherer Umgebung ein wesentlich breiteres Band von Scales an, als das Über- und Umströmen des relativ großskaligen Gebirges dies tat. Indem sich aber diese "primäre Anregung" auf ein so breites Spektrum verteilt, entfällt nur ein vergleichsweise geringer Anteil von ihr auf die Scales mit zwischen 4 und 6 gelegenen zonalen Wellenzahlen. Diese Scales sind es jedoch, die bei der vorgegebenen Grundströmung im globalen Geschehen in Form von Rossby-Wellen dominieren. Sie erreichen dies, wie wir gesehen haben, vorwiegend über quasi-lineare Prozesse, indem sie ihre Energie und Enstrophie der Grundströmung entziehen. Damit ist die globale Energie bzw. Enstrophie, die diese Wellenzahlen in einem durch Mitwirkung der Dissipation zustande gekommenen quasi-stationären Zustand besitzen, fast ausschließlich von ihrer im Rahmen der "primären Anregung" erhaltenen Energie bzw. Enstrophie abhängig. Genau diese Abhängigkeit beobachten wir, wenn wir aus den Läufen mit unterschiedlich großem Gebirge die global gemittelten und die jeweils in 30° N erhaltenen Spektren betrachten und letztere näherungsweise jener "primären Anregung" zuordnen.

Die zonalen Spektren der Orographiefelder in 30° N (Abb. 37 und Abb. 38) heben die Wellenzahlen 4 bis 6 nicht besonders hervor und bestätigen somit, daß die globale Dominanz dieser Wellenzahlen in den Energie- und Enstrophiespektren durch "Resonanz-Eigenschaften" des vorgegebenen Mediums bedingt ist.

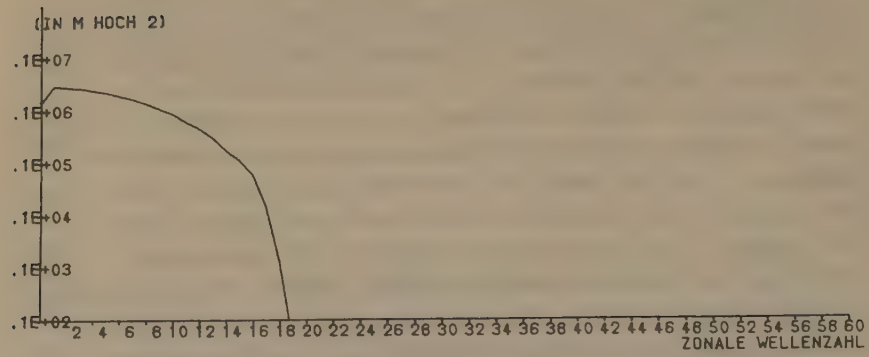


Abb. 37: Zonales Orographiespektrum in 30° N bei relativ großskaligem Gebirge mit Zentrum in dieser Breite (homogene Auflösung).

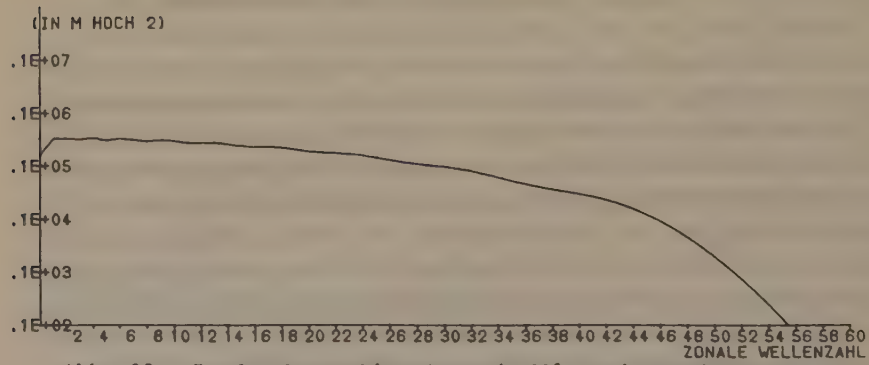


Abb. 38: Zonales Orographiespektrum in 30° N bei relativ kleinskaligem Gebirge mit Zentrum in dieser Breite (c=3).

Es sei noch darauf hingewiesen, daß wir selbst bei der Modellierung des Einflusses des kleinskaligen Gebirges mit geringer Gipfelhöhe nicht auf die in Kapitel 1.4 beschriebene Initialisierungsphase verzichten konnten. Entsprechende Tests haben ergeben, daß sich ansonsten lärmartig ein zyklonaler Wirbel im Lee des Hindernisses bildet, der etwa gleich stark wie der antizyklonale Wirbel über dem Gebirge ist. Diese Störung treibt mit der Grundströmung kontinuierlich ost-

wärts ab und zeigt bei leichter Dämpfung auch nach mehreren Modelltagen lediglich eine wahrscheinlich dem auf ihrem Weg abnehmenden Auflösungsvermögen zuzuschreibende Schrumpfungstendenz.

Schlußbetrachtung

Die Ausbreitung der durch ein großskaliges, isoliertes Gebirge angeregten Wellen auf der Kugeloberfläche konnte insbesondere für den Fall einer gemäß starrer Rotation strukturierten Grundströmung eingehend untersucht werden. Der quasi-lineare Charakter der Vorgänge wurde u.a. mit Hilfe von Spektren nachgewiesen. Die Zirkulation entwickelte sich bei der vorgegebenen Physik auch im nicht-linearen Modell und bei größtem Scaleangebot (Fokussierung) in Richtung auf den von Grose und Hoskins (1979) errechneten stationären Zustand.

Naturgemäß mußte die vorliegende Arbeit aber eine Vielzahl von potentiell zum Themengebiet gehörenden Fragen offen lassen. So bieten sich für die Zukunft beispielsweise genauere Studien darüber an, wie durch Variation der Gipfelhöhe eines horizontal relativ großskaligen Gebirges das sich ändernde Verhältnis zwischen Gebirgsumströmung und Gebirgsüberströmung die Intensität der planetarischen Wellen beeinflußt. Auch die Modifikation dieser globalen Störungen durch unterschiedliche Gebirgsformen ist noch weigehend ungeklärt.

Insbesondere zur Erforschung der zuletzt angesprochenen Einflüsse orographischer Strukturen kann ein erneuter Einsatz der spektralen Fokussierungsmethode auf Grund der hier erhaltenen Testergebnisse durchaus empfohlen werden. Allerdings haben diese Tests auch unverkennbar Probleme aufgezeigt, die es noch in den Griff zu bekommen gilt. In diesem Zusammenhang ist an erster Stelle der in der Umgebung des Fokussierungszentrums beobachtete, kleinskalige Lärm zu nennen, auch wenn dieser nur

mittelbar der Verwendung der Fokussierungsmethode zuzuschreiben zu sein scheint. Für die Modellierung der Modifikation großskaligen physikalischen Geschehens durch kleinskalige Phänomene dürfte sich eine starke Dämpfung der kleinen Scales naturgemäß von selbst verbieten, so daß ein anderes Mittel zur Eindämmung dieses Lärms gefunden werden muß. Möglicherweise führt hier die Verwendung eines nicht-orthogonalen Abhackverfahrens zum Ziel, wobei es vorerst noch als unklar angesehen werden muß, ob sich dieser kleinskalige Lärm in baroklinen Modellen auch entfalten kann. (Übrigens wäre als endgültiger Beweis dafür, daß dieser Lärm nicht ursächlich auf die räumliche Änderung des Auflösungsvermögens zurückzuführen ist, eine Modellierung des durch das großskalige Gebirge angeregten Geschehens mit homogener Auflösung, aber stark erhöhtem Abhackgrad (etwa N = 60) von großem Interesse.) Auch der in dieser Arbeit bei Zugrundelegung komplizierterer Grundströmungen durch einen linearen Mechanismus induzierte Lärm sollte als Fehlerquelle in spektralen Modellen nicht außer Acht gelassen werden.

Neben weiteren Einsätzen des inhomogen auflösenden Modells mit ortsfestem Fokussierungszentrum bieten sich aber auch Experimente an, in denen dieser Punkt einem wandernden kleinskaligen Phänomen schrittweise nachgeführt wird. Die Erfassung und Verfolgung einzelner (evtl. tropischer) Zyklonen könnte sich dabei zum Hauptanwendungsgebiet der spektralen Fokussierungsmethode entwickeln.

Anhang: Einige Hinweise zur ergebnisdarstellenden Peripherie

Anhang 1: Hinweise zur Konstruktion der Karten

Ein mathematisches Problem bei der Konstruktion der Karten besteht darin, an Stützstellen (θ_j, λ_i) Feldwerte mit Hilfe der Entwicklungskoeffizienten der spektralen Darstellung im (θ', λ')-System zu ermitteln. Dazu müssen insbesondere die in Kapitel 1.3 definierten Funktionen $R'_{m,n}$ an den im (θ,λ)-System vorgegebenen Stützstellen berechnet werden. Der nachfolgend skizzierte Weg hat sich dabei als relativ zeitsparend erwiesen.

Für die Rotation (siehe Kapitel 1.3) gelten z.B. die Gleichungen

$$\cos\tilde{\theta}\cos(\tilde{\lambda}-\lambda_1) = \cos\theta\cos(\lambda-\lambda_0) \qquad \text{(A 1.1)}$$

$$\cos\tilde{\theta}\sin(\tilde{\lambda}-\lambda_1) = \cos\theta_0\cos\theta\sin(\lambda-\lambda_0) + \sin\theta_0\sin\theta \qquad \text{(A 1.2)}$$

$$\sin\tilde{\theta} = -\sin\theta_0\cos\theta\sin(\lambda-\lambda_0) + \cos\theta_0\sin\theta \qquad \text{(A 1.3)}$$

λ_0, λ_1 und θ_0 sind die bei Schmidt (1977) definierten Rotationsparameter. Nachdem zunächst über diese drei Gleichungen $\cos\tilde{\theta}\cos(\tilde{\lambda}-\lambda_1)$, $\cos\tilde{\theta}\sin(\lambda-\lambda_1)$ und $\sin\tilde{\theta}$ an den besagten Stützstellen berechnet worden sind, lassen sich dort mittels der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen aus den beiden erstgenannten Ausdrücken auch

$X_1(\theta,\lambda) := \cos\tilde{\theta}\cos\tilde{\lambda}$ und $X_2(\theta,\lambda) := \cos\tilde{\theta}\sin\tilde{\lambda}$

bestimmen. Ferner gelte gemäß (A 1.3): $X_3(\theta,\lambda) := \sin\tilde{\theta}$.

Aus (1.6) folgt dann

$$\sin\theta' = \frac{(1-c^2) + (1+c^2)\,X_3}{(1+c^2) + (1-c^2)\,X_3} =: X_4\,(\theta,\lambda) \qquad \text{(A 1.4)}$$

Daraus ergibt sich:

$$\cos\theta' = (1-\sin^2\theta')^{1/2} = (1-X_4^2)^{1/2} \qquad \text{(A 1.5)}$$

Da bei der Stauchung des rotierten Koordinatensystems $\tilde{\lambda}$ identisch auf λ' abgebildet wird, erhält man außerdem

$$\cos\lambda' = \frac{X_1}{\cos\tilde{\theta}} = \frac{X_1}{(1-\sin^2\tilde{\theta})^{1/2}} = \frac{X_1}{(1-X_3^2)^{1/2}} \quad \text{bzw.}$$

$$\sin\lambda' = \frac{X_2}{\cos\tilde{\theta}} = \frac{X_2}{(1-\sin^2\tilde{\theta})^{1/2}} = \frac{X_2}{(1-X_3^2)^{1/2}} \,.$$

Aus diesen beiden Gleichungen und aus (A 1.5) folgt:

$$\cos\theta'\cos\lambda' = X_1\,\frac{(1-X_4^2)^{1/2}}{(1-X_3^2)^{1/2}} \qquad \text{(A 1.6)}$$

$$\cos\theta'\sin\lambda' = X_2\,\frac{(1-X_4^2)^{1/2}}{(1-X_3^2)^{1/2}} \qquad \text{(A 1.7)}$$

Mit Hilfe von (A 1.4), (A 1.6) und (A 1.7) können nun also $\sin\theta'$, $\cos\theta'\cos\lambda'$ und $\cos\theta'\sin\lambda'$ an jeder im (θ,λ)-System vorgegebenen Stützstelle berechnet werden. Um Divisionen durch 0 zu vermeiden, müssen dabei im Rahmen der numerischen Behandlung lediglich die maximal zwei Stützstellen mit $\cos\tilde{\theta} = \cos\theta' = 0$ gesondert betrachtet werden. Hieraus lassen sich dann die $R'_{m,n}$ folgendermaßen durch Potenzierung der komplexen Zahl $z := \cos\theta'\cos\lambda' + i\cos\theta'\sin\lambda'$ konstruieren:

$$R'_{m,n} = \sin^m\theta' \begin{matrix} \mathrm{Im}\,(z^n) \\ \mathrm{Re}\,(z^n) \end{matrix} \qquad \text{(A 1.8)}$$

Anhang 2: Hinweise zu den Spektren

In der vorliegenden Arbeit treten ausschließlich zonale Fourier-Spektren (bzw. die globalen Mittel solcher Spektren) auf. Ihre Konstruktion soll zunächst am Beispiel der relativen Enstrophie skizziert werden:
Als erstes werden mit Hilfe des im Anhang 1 besprochenen Verfahrens Stützstellenwerte für die relative Vorticity ζ auf dem betreffenden Breitenkreis berechnet. Das auf diese Weise erstellte eindimensionale Feld wird anschließend einer Fourier-Analyse unterzogen, wobei die größte mitgeführte Wellenzahl stets bei 60 liegt. Wir erhalten also:

$$\zeta\ (\lambda, \theta = \text{const.}) \approx \frac{b_o}{2} + \sum_{n=1}^{60} (b_n \cos n\lambda + a_n \sin n\lambda). \quad \text{(A 2.1)}$$

Bei dieser Darstellung für ζ gilt für den Mittelwert der Enstrophie auf dem betreffenden Breitenkreis

$$\tfrac{1}{2}\pi \int_0^{2\pi} \zeta^2(\lambda, \theta = \text{const.})\, d\lambda = \frac{b_o^2}{4} + \tfrac{1}{2} \sum_{n=1}^{60} (a^2_n + b^2_n) \quad \text{(A 2.2)}$$

$\frac{1}{2}\ (a^2_n + b^2_n)$ bzw. $b^2_o/4$ definiert somit die Enstrophie der Wellenzahl n bzw. 0. Diese Werte werden in den Spektren aufgetragen.

Durch Integration von (A 2.2) über θ wird das globale Mittel der Enstrophie als

$$\tfrac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{\frac{b^2_o(\theta)}{4} + \tfrac{1}{2} \sum_{n=1}^{60} [a^2_n(\theta) + b^2_n(\theta)]\} \cos\theta\, d\theta$$

erhalten, was (in den gemittelten Spektren) entsprechend dargestellt wird.

Demgemäß werden auch die Spektren der kinetischen Energie aus der Summe der Resultate für u und v konstruiert. Während aber die ζ-Werte an den einzelnen Stützstellen identisch mit den Werten für $\zeta' = \nabla'^2 \psi' \cdot f'(\theta')$ sind, die sich auf die beschriebene Weise aus den Entwicklungskoeffizienten der spektralen Darstellung im (θ',λ')-System berechnen lassen, sind die Geschwindigkeitskomponenten an die Einheitsvektoren des jeweiligen Koordinatensystems gebunden. Über die Koeffizienten aus dem (θ',λ')-System werden daher zunächst $U' = \cos\theta' u'$ und $V' = \cos\theta' v'$ an den Stützstellen bestimmt. Entsprechend den in Kapitel 1.3 aufgeführten Transformationsgesetzen für die Stauchung erhält man aus diesen Größen die Geschwindigkeitskomponenten des rotierten, ungestauchten Systems mittels der Beziehungen

$$\tilde{u} = \frac{U'}{\cos\tilde{\theta}} = u' f'^{1/2} (\theta') \qquad \text{(A 2.3)}$$

$$\tilde{v} = \frac{V'}{\cos\tilde{\theta}} = v' f'^{1/2} (\theta') \qquad \text{(A 2.4)}$$

Aus $\tilde{u}$ und $\tilde{v}$ lassen sich schließlich u und v mit Hilfe der Gleichungen für die Drehung eines kartesischen Koordinatensystems berechnen, wobei der Drehungswinkel für jeden einzelnen Punkt unter Verwendung bekannter Beziehungen aus der sphärischen Trigonometrie ermittelt werden muß.

In allen Spektren wurde ein logarithmischer Maßstab für die Ordinate gewählt, deren Beschriftung durch den "Plotter" entsprechend dem "Gleitkomma-Mode" (.1E-n $\hat{=}$ 0,1 · 10^{-n}) erfolgte. Die Einheit auf der Ordinate bezieht sich (im Falle der Energie und der Orographie) auf das nicht mit dem Erdradius normierte System.

Anhang 3: Die Berechnung globaler Mittelwerte

Der globale Mittelwert F_A eines sphärischen Feldes $F(\theta,\lambda)$ läßt sich mit Hilfe der Entwicklungskoeffizienten für die spektrale Darstellung dieses Feldes im homogen auflösenden (θ,λ)-System auf relativ einfache Weise berechnen. Für diesen Mittelwert gilt gemäß (1.5):

$$F_A = {}^1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(\theta,\lambda) \cos\theta \, d\theta \, d\lambda$$

$$= {}^1/_{4\pi} \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=0}^{N-n} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^m\theta \cos^n\theta \, (a_{m,n} \sin n\lambda + b_{m,n} \cos n\lambda) \cdot \cos\theta \, d\theta \, d\lambda .$$

Die Integration über λ liefert hier aber nur für $n = 0$ ein von 0 verschiedenes Ergebnis, und man erhält:

$$F_A = {}^1/_2 \sum_{m=0}^{N} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^m\theta \, b_{m,o} \cos\theta \, d\theta$$

$$= {}^1/_2 \sum_{m=0}^{N} \frac{1}{m+1} \left[1 - (-1)^{m+1}\right] b_{m,o} \qquad \text{(A 3.1)}$$

$$= \sum_{m=0}^{N/2} \frac{1}{2m+1} \, b_{2m,o} \, .$$

Auf analoge Weise läßt sich der globale Mittelwert natürlich auch über die Entwicklungskoeffizienten aus dem $(\tilde{\theta},\tilde{\lambda})$-System ermitteln.

Handelt es sich hingegen um ein im inhomogen auflösenden (θ',λ')-System spektral gegebenes Feld, so ist dieser Mittelwert i.a. nur durch numerische Integration über Gitterpunkte approximativ erhältlich. Es gilt dann nämlich gemäß (1.8):

$$F'_A = {}^1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F'(\theta',\lambda') \cos\tilde{\theta}\, d\tilde{\theta}\, d\tilde{\lambda} \qquad \text{(A 3.2)}$$

$$= {}^1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F'(\theta',\lambda') \frac{\cos^2\tilde{\theta}}{\cos\theta'}\, d\theta'\, d\lambda'$$

$$= {}^1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F'(\theta',\lambda') \frac{1}{f'(\theta')} \cos\theta'\, d\theta'\, d\lambda' \,,$$

und eine Division durch $f'(\theta')$ ist im spektralen Raum nicht ohne weiteres möglich.

Der vergleichsweise aufwendige Weg über das Gitter läßt sich jedoch vermeiden, falls es sich bei der zu mittelnden Größe beispielsweise um die kinetische Energie

$(\frac{U'^2+V'^2}{\cos^2\theta'} \cdot f'(\theta'))$ oder um die relative Enstrophie

$(\nabla'^2\psi' \cdot f'(\theta'))^2$ handelt. In diesen Fällen kann der globale Mittelwert wieder unmittelbar aus spektralen Koeffizienten nach dem Verfahren gemäß (A 3.1) bestimmt werden, denn er ergibt sich zu

$${}^1/_{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{U'^2+V'^2}{\cos^2\theta'} \cos\theta'\, d\theta'\, d\lambda' \qquad \text{bzw.}$$

$$1/4\,\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\nabla'^2\psi')^2 \cdot f'(\theta') \cos\theta' \, d\theta' \, d\lambda' \quad ,$$

und $\frac{U'^2+V'^2}{\cos^2\theta'}$ sowie $(\nabla'^2\psi')^2 \cdot f'(\theta')$ sind spektral berechenbare Ausdrücke.

Literaturverzeichnis

Anthes, R.A., 1970: Numerical experiments with a two-dimensional horizontal variable grid. Mon. Wea. Rev. 98, 810-822.

Batchelor, G.K., 1969: Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence. Phys. Fluids 12, II, 233-239.

Bennett, J.R. and J.A. Young, 1971: The influence of latitudinal wind shear upon large-scale wave propagation in the tropics. Mon. Wea. Rev. 99, 202-214.

Birchfield, G.E., 1960: Numerical prediction of hurricane movement with the use of a fine grid. J. Meteor. 17, 404-414.

Bolin, B., 1950: On the influence of the earth's orography on the general character of the westerlies. Tellus 2, 184-195.

Bretherton, F.P. and D.B. Haidvogel, 1976: Two-dimensional turbulence above topography. J. Fluid Mech. 78, 129-154.

Bronstein, I.N. und K.A. Semendjajew, 1973: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, 13. Aufl., Zürich und Frankfurt/Main.

Charney, J. and A. Eliassen, 1949: A numerical method for predicting the perturbations of the middle latitude westerlies. Tellus 1, 38-54.

Egger, J., 1970: On the simulation of subgrid orographic effects in numerical forecasting. J. Atmos. Sci. 27, 896-902.

Egger, J., 1972: Numerical experiments on the cyclogenesis in the Gulf of Genua. Beitr. Phys. Atmos. 45, 320-346.

Egger, J., 1976: The linear response of a hemispheric two-level primitive equation model to forcing by topography. Mon. Wea. Rev. 104, 351-364.

Elvius, T., 1977: Experiments with a primitive equation model for limited area forecasts. Beitr. Phys. Atmos. 50, 367-392.

Fjørtoff, R., 1953: On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for twodimensional, nondivergent flow. Tellus 5, 225-231.

Grose, J. and B. Hoskins, 1979: On the influence of orography on large-scale atmospheric flow. J. Atmos. Sci. 36, 223-234.

Hill, G.E., 1968: Grid telescoping in numerical weather prediction. J. Appl. Meteor. 7, 29-38.

Hollmann, G., 1971: Modification of balance equations by incorporating orographic effects. Beitr. Phys. Atmos. 44, 272-278.

Holton, J.R., 1972: An introduction to dynamic meteorology. Academic Press, New York and London.

Hoskins, B.J., Simmons, A.J. and D.G. Andrews, 1977: Energy dispersion in a barotropic atmosphere. Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 103, 553-567.

Huppert, H.E. and K. Bryan, 1976: Topographically generated eddies. Deep-Sea Res. 23, 655-679.

Kasahara, A., 1966: The dynamical influence of orography on large-scale motion of the atmosphere. J. Atmos. Sci. 23, 259-271.

Kreis, H.-O. and J. Oliger, 1973: Methods for the approximate solution of time dependent problems. GARP Publication Series No. 10, WMO-ICSU Joint Organizing Committee.

Long, R.R., 1952: The flow of a liquid past a barrier in a rotating spherical shell. J. Meteor. 9, 187-199.

Lorenz, E.N., 1969: The predictability of a flow which possesses many scales of motion. Tellus 21, 289-307.

Manabe, S. and T.B. Terpstra, 1974: The effects of mountains on the general circulation of the atmosphere as identified by numerical experiments. J. Atmos. Sci. 31, 3-42.

Mc Cartney, M.S., 1975: Inertial Taylor columns on a beta plane. J. Fluid Mech. 68, 71-95.

Merilees, D.E., 1968: The equations of motion in spectral form. J. Atmos. Sci. 25, 736-743.

Mesinger, F. and A. Arakawa, 1976: Numerical methods used in atmospheric models. GARP Publication Series No. 17, WMO-ICSU Joint Organizing Committee.

Orszag, S.A., 1970: Transform method for the calculation of vector-coupled sums: Application to the spectral form of the vorticity equation. J. Atmos. Sci. 27, 890-895.

Phillips, N.A., 1959: An example of non-linear computational instability. The Atmosphere and Sea in Motion, B. Bolin, Ed. Rockefeller Institude Press and Oxford University Press, 501-504.

Phillips, N.A. and J. Shukla, 1973: On the strategy of combining coarse and fine grid meshes in numerical weather prediction. J. Appl. Meteor. 12, 763-770.

Platzman, G.W., 1960: The spectral form of the vorticity equation. J. Meteor. 17, 635-644.

Quiby, J., 1980: The response of a global barotropic model to forcing by large-scale orography. European Centre for Medium Range Weather Forecasts, Technical Report No. 17.

Robert, A., 1965: The behaviour of planetary waves in an atmospheric model based on spherical harmonics. Publ. Meteor. No. 77, Mc Gill University, Montreal.

Robert, A., 1969: The integration of a spectral model of the atmosphere by the implicit method. Proc. WMO/IUGG Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, 1968, Meteor. Soc. Japan, VII-19-VII-24.

Schmidt, F., 1971: Entwurf eines Modells zur allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre und Simulation klimatologischer Strukturen. Bonner Meteorologische Abhandlungen 16.

Schmidt, F., 1977: Variable fine mesh in spectral global models. Beitr. Phys. Atmos. 50, 211-217

Silberman, J., 1954: Planetary waves in the atmosphere. J. Meteor. 11, 27-34.

Smagorinsky, J., 1953: The dynamical influence of large-scale heat sources and sinks on the quasi-stationary mean motions of the atmosphere. Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 79, 342-366.

Tibaldi, S., 1979: Lee cyclogenesis and its numerical simulation with special attention to the Alpine region: a review. Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 13, 25-49.

Vergeiner, J. and Y. Ogura, 1972: A numerical shallow-fluid model including orography with a variable grid. J. Atmos. Sci. 29, 270-283.

Wang, H.H. and P. Halpern, 1970: Experiments with a regional fine-mesh prediction model. J.Appl. Meteor. 9, 545-553.

Williams, G.P., 1978: Planetary circulations: Barotropic representation of jovian and terrestrial turbulence. J. Atmos. Sci. 35, 1399-1426.

Symbolverzeichnis

a		Erdradius
A, A_1, A_2		beliebige sphärische Felder
c		Stauchungsfaktor
d		Parameter bei der Berechnung von Wellenzahlen stationärer Rossby-Wellen
D		Divergenz
F		beliebiges, spektral exakt darstellbares, sphärisches Feld
g		Betrag der Erdbeschleunigung
H		mittlere Höhe der freien Oberfläche (über Grund)
h		Abweichung der tatsächlichen Höhe von H
L		zonale Wellenzahl
N		Abhackgrad
R		Rossby-Wellen-Term
S		Schwerewellenterm
t		Zeitkoordinate
u		zonale Windkomponente
U	$= u \cos\theta$	
v		meridionale Windkomponente
V	$= v \cos\theta$	
x		Zählindex für Zeitschritte
X_1, X_2, X_3, X_4		Hilfsvariablen bei der Konstruktion der Karten
z		komplexe Hilfsvariable bei der Konstruktion der Karten
m		meridionaler Index der spektralen Funktionen
n		zonale Wellenzahl
n^*		zonale Wellenzahl stationärer Rossby-Wellen
m_1, n_1		beliebige feste Werte für m und n
j, k, l		bei der Transformation eines Feldes benötigte spektrale Indices
$a_{m,n}$, $b_{m,n}$		spektrale Entwicklungskoeffizienten

$c_{m,n}$	zusammenfassendes Symbol für $a_{m,n}$ und $b_{m,n}$
$R_{m,n}$	spektrale sphärische Funktion
a_n, b_n	zonale Fourierkoeffizienten
c_{ph}	Phasengeschwindigkeit
c_{gr}	Gruppengeschwindigkeit
F_A	globaler Mittelwert des Feldes F
F_n, B_n^k, $P_n^{k,m}$, $T_n^{k,j}$	Hilfsgrößen bei der Transformation von F
F*	als Zwischenlösung dienendes Feld bei zeitlicher Integration gemäß der "Marchuk-Methode"
$G(A_1, A_2)$	Gradientprodukt
H*	Höhe einer approximativ angenommenen, starren, horizontalen Obergrenze des Modellmediums
$J(A_1, A_2)$	Jacobi-Operator
R_{kin}	kinematische Rossbyzahl
$\mathfrak{m}_1$	Vektor, der bei der Transformation von Feldern auftritt
$\mathbb{M}_1$	Matrix, die bei der Transformation von Feldern auftritt
$\mathbf{v}$	horizontaler Windrektor
$\mathbf{v}_D$	divergenter Anteil des horizontalen Windvektors
β	Gradient des Coriolisparameters
ζ	relative Vorticity
ζ_a	absolute Vorticity
θ	geographische Breite
θ_j	Stützstellenwert fürθ
θ_s	geographische Breite des Gebirgszentrums
λ	geographische Länge
λ_i	Stützstellenwert für λ
ν_F	Dämpfungskoeffizient (allgemein)

ν_χ	Dämpfungskoeffizient für die Dämpfung der Divergenz
ν_ψ	Dämpfungskoeffizient für die Dämpfung der Vorticity
Φ	Geopotential der freien Oberfläche
Φ_s	Geopotential der Erdoberfläche (Orographiefunktion)
Φ_{so}	Geopotential des Gebirgsgipfels
χ	Geschwindigkeitspotential
ψ	Stromfunktion
ψ_o	Amplitude von Teilwellen, aus denen sich das meridionale Profil der Grundströmung zusammensetzt
ω	Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung
λ_o, λ_1, θ_o	Rotationsparameter
∇	horizontaler Nabla-Operator
∇^2	Laplace-Operator
∇^{-2}	inverser Laplace-Operator
f'	Quadrat des Abbildungsfaktors
w'	Gewichtsfunktion bei der Transformation von Feldern
$\overline{\Phi}_A$	globaler Mittelwert des zonal homogenen Grundzustandsfeldes $\overline{\Phi}$
$\tilde{(\ )}$	Koordinaten, spektrale Funktionen und Felder im rotierten, ungestauchten System
$(\ )'$	Koordinaten, spektrale Funktionen und Felder im rotierten, gestauchten System
$\bar{(\ )}$	Grundzustandsgrößen
$\hat{(\ )}$	Störungsgrößen

D a n k s a g u n g

Hiermit möchte ich Herrn Prof. Dr. F. Schmidt für die Betreuung meiner Arbeit meinen Dank aussprechen.

Lebenslauf

Am 27.12.1951 wurde ich, Walter Heinrich Wilhelm Koschnick, als Sohn des damaligen Landwirts Walter Koschnick und seiner Ehefrau Emma, geb. Lange, in Celle geboren. Ich wuchs auf dem elterlichen Hof in Oldendorf (heute Hermannsburg III) Krs. Celle auf.

Im Frühjahr 1958 erfolgte meine Einschulung in die Volksschule Oldendorf. Nach Abschluß des vierten Schuljahres besuchte ich zunächst die Christian-Realschule in Hermannsburg Krs. Celle, an der ich 1967 die "Mittlere Reife" erwarb. Unmittelbar danach wechselte ich auf das benachbarte Christian-Gymnasium über und legte auf dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweig dieser Schule von März bis Mai 1971 erfolgreich die Reifeprüfung ab.

Nach absolviertem Grundwehrdienst begann ich im Oktober 1972 mit dem Studium der Meteorologie an der TU Hannover (heute Universität Hannover), welches im Dezember 1977 mit der Diplom-Prüfung seinen Abschluß fand.

Seither bin ich als Privat-Angestellter von Herrn Prof. Dr. F. Schmidt tätig, dem ich im Oktober 1978 von Hannover an die LMU München folgte.